

**MASTER**  
de sciences et technologies, Mention  
**MATHÉMATIQUES ET**  
**APPLICATIONS**  
Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)  
Année 2015-2016

[version du 9 juillet 2015]

---

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Présentation du Master Mathématiques et applications</b>	<b>7</b>
1.1	Objectifs et descriptions	7
1.1.1	Objectifs	7
1.1.2	Description	7
1.1.3	Programmes internationaux de Masters	8
1.2	Débouchés professionnels	9
1.3	Organisation	9
1.3.1	Niveau M1 : 60 ECTS	9
1.3.2	Niveau M2 : 60 ECTS	9
1.3.3	Formation ouverte et à distance	10
1.4	Publics visés	10
1.5	Prérequis	10
1.6	Responsables et sites	10
<b>2</b>	<b>Master 1</b>	<b>11</b>
2.1	Objectifs	11
2.2	Choix des unités d'enseignement du M1	11
2.3	Responsable et site	11
2.4	Orientation et Insertion professionnelle (OIP)	11
2.4.1	Directeurs d'études (DE)	12
2.4.2	UE obligatoire 4MOI1 (3 ECTS)	12
2.4.3	Stages et TER industriels	12
2.5	Liste des UE	14
2.6	Incompatibilités	16
2.7	Description des UE	17
2.8	Responsable et site	37
<b>3</b>	<b>Master 2, Spécialité Mathématiques fondamentales</b>	<b>39</b>
3.1	Objectifs et descriptions	39
3.1.1	Parcours "Mathématiques Recherche"	39
3.1.2	Parcours "Mathématiques Avancées"	39
3.2	Débouchés professionnels	39
3.3	Organisation	40
3.4	Publics visés, prérequis	40
3.5	Description des UE	40
3.6	Responsables et site	55

<b>4</b>	<b>Master 2, Spécialité Probabilités et modèles aléatoires</b>	<b>57</b>
4.1	Objectifs et descriptions	57
4.2	Débouchés professionnels	57
4.3	Organisation	57
4.4	Publics visés, prérequis	58
4.5	Description des UE	59
4.6	Responsable et site	66
<b>5</b>	<b>Master 2, Spécialité Probabilités et Finance</b>	<b>67</b>
5.1	Objectifs et descriptions	67
5.2	Débouchés professionnels	67
5.3	Organisation	67
5.4	Publics visés, prérequis	68
5.5	Liste des UE	68
5.6	Responsable et site	74
<b>6</b>	<b>Master 2, Spécialité Mathématiques de la modélisation</b>	<b>77</b>
6.1	Objectifs et descriptions	77
6.2	Débouchés professionnels	78
6.3	Organisation	78
6.4	Publics visés, prérequis	79
6.5	Description des Majeures	79
6.6	Description des UE	85
6.7	Responsables et sites	106
<b>7</b>	<b>Master 2, Spécialité Ingénierie mathématique</b>	<b>107</b>
7.1	Objectifs et descriptions	107
7.2	Débouchés professionnels	107
7.3	Organisation	107
7.4	Publics visés, prérequis	109
7.5	Description des UE	109
7.6	Responsables et sites	117
<b>8</b>	<b>Master 2, Spécialité Statistique</b>	<b>119</b>
8.1	Objectifs et description	119
8.2	Débouchés professionnels	119
8.3	Organisation	120
8.4	Publics visés, prérequis	120
8.5	Description des UE	121
8.5.1	UE de mise à niveau (septembre)	121
8.5.2	UE fondamentales (semestre 1)	122
8.5.3	UE optionnelles (semestre 2)	125
8.5.4	UE DE STAGE (18 ECTS)	132
8.6	Responsables et site	132

<b>9 Certificat Big Data</b>	<b>133</b>
9.1 Objectifs	133
9.2 Contexte	133
9.3 Description des UE	134
9.4 Liste de cours	134
9.5 Responsable et site	135
<b>10 Spécialité Agrégation de Mathématiques</b>	<b>137</b>
10.1 Objectifs	137
10.2 Débouchés professionnels	137
10.3 Organisation	137
10.4 Publics visés, prérequis	138
10.5 Liste et description des UE de la section	138
10.6 Déroulement du concours	139
10.7 Responsable et site	139
<b>11 Mobilité Internationale pour le Master</b>	<b>141</b>
11.1 Objectifs et descriptions	141
11.2 Les programmes Erasmus et $M^2BP^2$	141
11.3 Les accords internationaux	142
11.4 Cours de la ‘University of Chicago’ à Paris	142
11.5 BIMM : Biologie Informatique Modélisation Mathématique	143
11.6 Responsables et sites	143
<b>12 Renseignements administratifs</b>	<b>145</b>
12.1 Services pratiques	146
12.2 Imprimés	148
12.3 Scolarité	149
12.4 Inscriptions	150
12.4.1 Inscriptions administratives en master 1	150
12.4.2 Inscriptions administratives en master 2	150
12.4.3 Inscription à la formation ouverte et à distance	151
12.4.4 Inscription en UE isolées	151
12.4.5 Dérogation de titre	151
12.4.6 Demande de transfert	151
12.4.7 Inscription au programme d’échanges Erasmus-Socrates	152
12.4.8 Inscription pédagogique	152



# Chapitre 1

## Présentation du Master mention Mathématiques et applications 2015-2016

### 1.1 Objectifs et descriptions

#### 1.1.1 Objectifs

Cette mention a pour objectif de donner une formation approfondie en mathématiques pures ou en mathématiques appliquées, préparant directement aux métiers de la recherche et de l'industrie au sens le plus large. Le Master constitue également une étape nécessaire dans la préparation à l'agrégation de mathématiques.

#### 1.1.2 Description

Cette mention couvre l'ensemble du champ des mathématiques grâce à un choix très large d'UE en M1, la première année du master, qui est un tronc commun (cf. chapitre 2). Les grands domaines des mathématiques sont largement représentés dans les choix possibles et ces choix doivent permettre de préparer une spécialisation poussée en M2, selon les sept spécialités proposées, dont la liste suit.

1. **Mathématiques fondamentales** : *étude approfondie de grands domaines fondamentaux des mathématiques, algèbre, géométrie, analyse. Consulter le chapitre 3.*
2. **Probabilités et modèles aléatoires** : *formation théorique de haut niveau dans le domaine des probabilités (étude des processus stochastiques, probabilités appliquées). Consulter le chapitre 4.*
3. **Probabilités et finance** : *enseignement de haut niveau dans le domaine de la finance mathématique probabiliste, recouvrant l'ensemble de la finance de marchés, les instruments dérivés, les taux d'intérêt, l'analyse du risque et les méthodes numériques. Consulter le chapitre 5.*
4. **Mathématiques de la modélisation** : *formation de haut niveau en modélisation par l'étude des équations aux dérivées partielles et de leur simulation*

numérique, modélisation mathématique de l'interaction stratégique et de l'optimisation sous contrainte, calcul scientifique, modélisation et simulation pour les sciences du vivant. Consulter le chapitre 6.

5. **Ingénierie mathématique** : formation de mathématiciens appliqués possédant une réelle maîtrise de l'outil informatique, les rendant aptes à intervenir dans le monde de l'entreprise. Consulter le chapitre 7.
6. **Statistique** : formation de statisticiens de haut niveau, comportant un volet théorique et des applications mises en œuvre via des stages au sein d'entreprises ou de laboratoires. Consulter le chapitre 8.
7. **Filière Big Data** : Une filière "Big Data" est inaugurée cette année 2014-2015 dans le master de mathématiques de l'UPMC pour des étudiants inscrits dans l'une des spécialités suivantes : Probabilités et Modèles Aléatoires, Probabilités et Finances, Mathématiques de la Modélisation, Ingénierie Mathématique, Statistique. Consulter le chapitre 9.
8. **Agrégation de mathématiques** : Préparation à l'Agrégation de mathématiques, chapitre 10.

Les mathématiques théoriques constituent une composante importante de cette mention, et l'on peut noter également la diversité des spécialisations en mathématiques appliquées : probabilités, analyse numérique, théorie des jeux, mathématique-biologie, mathématique-informatique, ingénierie, statistiques.

### 1.1.3 Programmes internationaux de Master (cf. chapitre 11)

**Les programmes Erasmus**(cf.§ 11.2). L'UPMC dispose d'un réseau très dense d'accords Erasmus qui couvre la plupart des pays d'Europe. Les échanges sont particulièrement actifs avec l'Allemagne (Bonn, Berlin, Munich...), l'Espagne, la Grande-Bretagne, l'Italie. Cette liste n'est pas limitative et le coordinateur pédagogique

[julien.marche@upmc.fr](mailto:julien.marche@upmc.fr)

est chargé d'aider l'étudiant dans le choix d'une université d'accueil.

**M<sup>2</sup>BP<sup>2</sup>**. Afin de faciliter les choix scientifiques, le Master de Mathématiques propose également un Programme International de Master  $M^2BP^2$ . Ce programme offre des conditions matérielles facilitées aux étudiants décidant de passer un semestre ou une année entière à la 'Universität Bonn' ou à la 'Universidad Autonoma de Madrid'. À Bonn, les cours de niveau Master sont enseignés en anglais selon la règle européenne : il suffit qu'un étudiant le demande au premier cours.

**Les accords internationaux**. L'UPMC propose également des accords avec de nombreuses universités en dehors du périmètre européen. On notera l'Amérique du Nord avec les accords MICEFA et TASSEP qui couvrent de nombreuses destinations. Des accords bilatéraux sont aussi signés avec diverses universités d'Amérique du Sud et du Nord, par exemple The University of Chicago et Brown University aux niveaux L3 et M (cf. § 11.3).

L'Université de Chicago organise un cursus (en anglais) ouvert à nos étudiants de M1 dans son antenne parisienne du 13<sup>ième</sup> arrondissement, dans le cadre de l'accord



UPMC-University of Chicago (cf. § 11.4).

**BIMM : Biologie Informatique Modélisation Mathématique.** En partenariat avec l'*Université Libre de Bruxelles* ce PIM interdisciplinaire s'appuie sur l'expérience de différents centres de recherche de l'UPMC et de ses partenaires internationaux en bioinformatique, biomathématique et modélisation pour proposer une formation liée aux enjeux de la biologie et de la médecine qui engendrent des besoins nouveaux à l'interface avec l'informatique et les mathématiques : analyses de données complexes, outils de modélisation approfondis. Des parcours spécifiques permettent de poursuivre en M2 : Mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales (MBIO) (page 82).

## 1.2 Débouchés professionnels

### Insertion professionnelle

- Débouchés dans les secteurs industriels ou de service au niveau cadre.
- Divers métiers d'ingénieurs : ingénieur d'étude, de recherche, actuaire, chargé d'études, ingénieur mathématicien, etc.
- Concours administratifs de la fonction publique et territoriale.

### Poursuite d'études

- Admissions sur titres dans les grandes écoles d'ingénieurs après le M1.
- Doctorat : carrière de chercheur dans des entreprises ou de grands organismes de recherche, carrière universitaire d'enseignant-chercheur.

## 1.3 Organisation

### 1.3.1 Niveau M1 : 60 ECTS

- 2 UE *fondamentales* de 12 ECTS chacune,
- 1 UE d'insertion professionnelle de 3 ECTS,
- 1 UE de langue de 3 ECTS.
- 30 ECTS à obtenir par un choix d'UE d'*orientation*.

à choisir parmi une liste d'UE en fonction de la spécialité envisagée en M2.

### 1.3.2 Niveau M2 : 60 ECTS

La 2e année est organisée en spécialités et comporte l'équivalent d'un semestre de cours théoriques, et d'un semestre de stage en entreprise ou dans un laboratoire. L'admission dans une spécialité est soumise à une sélection en fonction du niveau, du cursus antérieur et du nombre de places disponibles.

### 1.3.3 Formation ouverte et à distance (FOAD)

Le centre d'enseignement à distance de l'UPMC, joue un rôle important dans l'enseignement et permet l'accès de nos formations à des étudiants qui ne peuvent assister aux cours régulièrement.

Consulter le site suivant : <http://tele6.upmc.fr/>

## 1.4 Publics visés

Tout étudiant ayant une formation solide en mathématiques, du niveau de la licence. Un recrutement dans les spécialités du M2 est organisé pour les élèves ou ex-élèves des écoles d'ingénieurs, ayant une formation mathématique suffisante, ou ayant validé un M1 dans une autre université.

## 1.5 Prérequis

Une formation solide en mathématiques, du niveau d'une licence de mathématiques d'un contenu comparable à celle de l'UPMC.

## 1.6 Responsables et sites

Directeur du master de mathématiques : Fabrice Bethuel, [fabrice.bethuel@upmc.fr](mailto:fabrice.bethuel@upmc.fr)

Directeur adjoint du master de mathématiques : Thierry Levy, [thierry.levy@upmc.fr](mailto:thierry.levy@upmc.fr)

Le site de la mention <http://www.master.math.upmc.fr>

**Les modalités d'inscription  
et des renseignements pratiques, dont le calendrier (page 153)  
sont disponibles dans le chapitre 12.**

# Chapitre 2

## Master 1

### 2.1 Objectifs

Le master 1 est la première année du master au cours de laquelle les étudiants doivent d'abord acquérir ou revoir des éléments fondamentaux pour la poursuite d'un cursus mathématique de haut niveau. Un choix assez large d'UE dites *fondamentales* doit permettre ce type d'acquisition. Par ailleurs, des UE *d'orientation* permettent aux étudiants de faire un choix d'orientation en préparation de la seconde année du master, et du choix de l'une des sept spécialités du master 2, la seconde année du master.

### 2.2 Choix des unités d'enseignement du M1

L'étudiant doit choisir 2 UE fondamentales (12 ECTS chacune), puis obtenir 30 ECTS en combinant des UE d'orientation. Par ailleurs, l'étudiant doit s'inscrire obligatoirement à 1 UE de langue (3 ou 6 ECTS) : Anglais, Allemand, Espagnol, Russe ou encore Français pour les étudiants étrangers. De plus, l'étudiant en présentiel doit s'inscrire obligatoirement à la nouvelle UE Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS).

Le choix des UE de M1 doit se faire en fonction des spécialités du M2 visées.

### 2.3 Responsable et site

M Thierry Lévy est le responsable du Master 1. Il en coordonne l'organisation et dirige l'équipe pédagogique chargée de la mise en place des enseignements.

Thierry Lévy : [thierry.levy@upmc.fr](mailto:thierry.levy@upmc.fr)

### 2.4 Orientation et Insertion professionnelle (OIP)

L'orientation et l'insertion professionnelle des étudiants de master font l'objet d'une attention particulière à l'UPMC. Le site

[http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet Insertion professionnelle) fournit de plus amples détails. Les responsables de l'OIP au sein du département du master de mathématiques sont Marie POSTEL ([marie.postel@upmc.fr](mailto:marie.postel@upmc.fr)) et Nathalie AKAKPO ([nathalie.akakpo@upmc.fr](mailto:nathalie.akakpo@upmc.fr)).

### 2.4.1 Directeurs d'études (DE)

Dès son inscription pédagogique, chaque étudiant de M1 doit choisir un directeur d'études (DE) parmi une quinzaine d'enseignants-chercheurs. Chaque DE est en charge d'un groupe de 15 étudiants de M1 qu'il suit individuellement tout au long de l'année. Après une prise de contact en septembre, le DE rencontre régulièrement les étudiants, qui lui communiquent leurs résultats, lui font part de leur progression et de leurs difficultés éventuelles. Le DE conseille les étudiants pour leurs choix de cours au début de chaque semestre, ainsi que pour leur choix de M2, afin qu'ils empruntent le parcours le plus adapté à leur projet professionnel. À ce titre, le DE est aussi le responsable de son groupe pour l'UE 4MOI1.

*Remarque : les redoublants ayant déjà validé l'UE 4MOI1 seront affectés à un groupe de direction d'études par les responsables de l'OIP. Ils ne le choisissent pas eux-mêmes sur le site des inscriptions pédagogiques.*

### 2.4.2 UE obligatoire 4MOI1 (3 ECTS)

Les étudiants suivant au moins un cours en présentiel au premier semestre doivent obligatoirement s'inscrire à l'UE Orientation et Insertion professionnelle 4MOI1 (3 ECTS). Tout au long du semestre, ils sont invités à réfléchir à leur orientation et à leur projet professionnel à l'occasion de différentes rencontres avec le milieu professionnel (conférences métiers, Atrium des métiers). Leur participation active à ces événements leur permettra de réaliser les 2 exposés-dossiers nécessaires pour valider l'UE d'OIP 4MOI1. Ces travaux seront évalués par les DE.

*Remarque : Les étudiants suivant un parcours atypique (par exemple, reprenant leurs études après avoir exercé une activité professionnelle) peuvent faire une demande de dispense avant le début des enseignements. Cette demande doit être motivée par écrit auprès des responsables de l'UE.*

### 2.4.3 Stages et TER industriels

Les étudiants de M1 sont vivement encouragés à établir un premier contact avec le monde de l'entreprise avant l'année décisive de M2. Pour ce faire, ils peuvent

- effectuer un stage, en dehors des semaines de cours. Cependant, il faut au préalable faire une demande de convention de stage auprès des responsables OIP du master (M. Postel ou N. Akakpo). Avec leur accord, les formulaires de convention de stage sont ensuite délivrés par le secrétariat du M1. Les modalités sont détaillées sur le site web [http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet insertion professionnelle).
- effectuer un Travail d'Étude et de Recherche (TER) industriel, au cours du second semestre, sur un sujet proposé par un partenaire industriel et encadré

par un enseignant-chercheur de l'UPMC.

## 2.5 Liste des UE

L'UFR 929 précise de la manière suivante la correspondance entre les ECTS et les heures de présence des étudiants, pour le M1.

Une UE de 12 ects : 120 heures d'enseignement pour les étudiants :  
 48 heures de cours (4 heures pendant 12 semaines)  
 72 heures de td (6 heures pendant 12 semaines).

Une UE de 6 ects : 60 heures d'enseignement pour les étudiants :  
 24 heures de cours (2 heures pendant 12 semaines)  
 36 heures de td (3 heures pendant 12 semaines).

Emploi du temps pour les étudiants

*Au premier semestre* : deux UE fondamentales de 12 ECTS, soit 20 heures par semaine, plus l'étude d'une langue (UE de langue de 3 ECTS), plus l'UE Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS).

*Au second semestre* : soit deux UE d'orientation de 12 ECTS et une UE d'orientation de 6 ECTS (ou le TER), soit une UE d'orientation de 12 ECTS et trois UE d'orientation de 6 ECTS (dont une éventuellement le TER).

TABLE 2.1 – Liste des UE fondamentales, 12 ects

*Les cours marqués d'un astérisque \* peuvent être suivis en télé-enseignement.*

INTITULÉ	SEMESTRE	ECTS	CODE
Algèbre géométrique *	1er	12	4M001
Algèbre et théorie de Galois *	1er	12	4M002
Fonctions spéciales *	1er	12	4M004
Bases d'analyse fonctionnelle *	1er	12	4M005
Géométrie différentielle *	1er	12	4M022
Bases des méthodes numériques*	1er	12	4M006
Probabilités de base *	1er	12	4M010
Probabilités approfondies *	1er	12	4M011
Informatique de base	1er	12	4M009
Statistique appliquée *	1er	12	4M018

Les UE d'orientation doivent être choisies en fonction de la spécialité envisagée en M2. Le tableau suivant indique les choix possibles : **maf** désigne la spécialité *Mathématiques fondamentales*, **pro** : *Probabilités et modèles aléatoires*, **fin** : *Probabilités et finance*, **mod** : *Mathématiques de la modélisation*, **ing** : *Ingénierie mathématique*, **sta** : *Statistique*.

TABLE 2.2 – Liste des UE d'orientation

*Certains cours pourront être utilisés pour le M2.*

*Les cours marqués d'un astérisque \* peuvent être suivis en télé-enseignement.*

INTITULÉ		SEMESTRE	ECTS	CODE
Groupes finis et leurs représentations	* maf	2 <sup>e</sup>	6	4M014
Groupes et algèbres de Lie	* maf	2 <sup>e</sup>	6	4M024
Théorie des nombres	* maf	2 <sup>e</sup>	12	4M020
Cryptologie, Cryptographie algébrique	* maf	2 <sup>e</sup>	12	4M067
Groupe fondamental et revêtements	* maf	2 <sup>e</sup>	6	4M059
Introduction aux surfaces de Riemann	maf	2 <sup>e</sup>	6	4M060
Théorie des systèmes dynamiques	maf	2 <sup>e</sup>	6	4M050
Equations différentielles : de Newton à nos jours	* maf mod	2 <sup>e</sup>	6	4M070
Équations aux dérivées partielles	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	12	4M046
Approximation des équations aux dérivées partielles	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	12	4M026
Analyse convexe	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	6	4M057
Calcul des variations : outils et méthodes	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	12	4M025
Modèles mathématiques en neurosciences	mod ing	2 <sup>e</sup>	6	4M061
Gravitation et relativité	maf mod ing	1 <sup>er</sup>	6	4M044
Géométrie et mécanique	maf mod ing	2 <sup>e</sup>	6	4M047
Introduction à la mécanique des milieux continus	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	6	4M019
Physique quantique et applications	maf mod ing	1 <sup>er</sup>	6	4P002
Éléments de probabilités	* maf sta	2 <sup>e</sup>	6	4M052
Modèles stochastiques, applications à la finance	* pro fin ing sta	2 <sup>e</sup>	12	4M065
Processus de sauts	* pro fin ing sta	2 <sup>e</sup>	6	4M036
Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine	mod	1 <sup>er</sup>	6	4M062
Combinatoire et optimisation	* maf mod ing	2 <sup>e</sup>	12	4M068
Statistique mathématique	* pro fin sta	2 <sup>e</sup>	12	4M013
Introduction aux statistiques bayésiennes	* pro fin sta	2 <sup>e</sup>	6	4M072
Informatique scientifique	* pro fin mod ing	2 <sup>e</sup>	12	4M031
Programmation en C et en C++	pro fin mod ing	2 <sup>e</sup>	6	4M056
Histoire des mathématiques	maf	2 <sup>e</sup>	6	4M039
TER (Travaux d'étude et de recherche)	maf pro fin mod ing sta	2 <sup>e</sup>	6	4M045
Stage en entreprise pour mathématiciens	fin mod ing sta	2 <sup>e</sup>	6	4M055

## 2.6 Incompatibilités

Le tableau suivant fait apparaître les UE incompatibles; cette incompatibilité n'est pas limitée dans le temps et concerne également les étudiants ayant présenté ces UE à plusieurs reprises.

TABLE 2.3 – **Incompatibilités dans le choix des UE**

INTITULÉ DE L'UE	UE INCOMPATIBLES
4M010 Probabilités de base	LM 390 Probabilités 4M011 Probabilités approfondies 4M052 Eléments de probabilités
4M052 Eléments de Probabilités	LM 390 Probabilités LM 345 Probabilités et Statistiques LM 346 Processus et simulation 4M010 Probabilités de base 4M011 Probabilités approfondies
4M011 Probabilités approfondies	4M010 Probabilités de base 4M052 Eléments de probabilités
4M009 Informatique de base	4M056 Programmation C <sub>++</sub>
4M056 Programmation C <sub>++</sub>	4M009 Informatique de base

**N.B.** Les étudiants ne pourront pas valider plus de 36 ECTS parmi les différents cours de probabilités et statistique.



## 2.7 Description des UE (liste par ordre croissant du code 4M0..)

### 4M001. Algèbre géométrique (12 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Patrick Polo

mel : [patrick.polo@imj-prg.fr](mailto:patrick.polo@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~patrick.polo/>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours, de nature généraliste, ouvre à la fois aux thèmes "Algèbre et géométrie" du M2 et à ceux de l'agrégation. On y étudiera les liens entre géométrie affine et projective, notamment dans le cas des coniques. On parlera aussi d'actions de groupes et, en géométrie euclidienne, on parlera d'ensembles convexes, de polygones ou de polytopes (en dimension 3) convexes réguliers.

**Prérequis :** Connaissance en algèbre du niveau licence.

**Thèmes abordés :** Géométrie affine : applications affines, barycentres, plongement vectoriel, groupe affine. Géométrie projective : plongement projectif d'un espace affine, repères projectifs, coordonnées homogènes, homographies, groupe projectif, birapport. Étude des coniques affines ou projectives. Géométrie euclidienne : propriétés métriques des coniques, ensembles convexes, polygones et polytopes (en dimension 3) convexes réguliers.

### 4M002. Algèbre et théorie de Galois (12 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Jean-Francois Dat

mel : [jean-francois.dat@imj-prg.fr](mailto:jean-francois.dat@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~jean-francois.dat/>

**Objectifs de l'UE :** Introduire des notions d'algèbre qui sont indispensables pour ceux qui envisagent de poursuivre en M2 le parcours Algèbre et Géométrie (elles seront aussi utiles pour le cours 4M020 Théorie des nombres).

**Prérequis :** Connaissance en algèbre du niveau de la licence.

**Thèmes abordés :** Actions de groupes, groupes abéliens de type fini. Extensions de corps, théorie de Galois. Modules et anneaux noethériens. Extensions entières d'anneaux. Localisation, idéaux premiers, idéaux maximaux. Anneaux principaux, anneaux factoriels. Liens avec la géométrie.

### 4M004. Fonctions spéciales (12 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Nicolas Lerner

mel : [nicolas.lerner@imj-prg.fr](mailto:nicolas.lerner@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~nicolas.lerner>

**Objectifs de l'UE :** Le mathématicien Leonhard Euler considérait qu'une fonction devait être définie par une formule "explicite". Le but de ce cours est de passer en revue une liste conséquente de fonctions définies par des formules... explicites. C'est le cas de la fonction exponentielle, des déterminations du logarithme complexe, de la fonction Gamma d'Euler, de la fonction Zeta de Riemann et de bien d'autres exemples. Nous rappellerons des propriétés classiques des fonctions holomorphes et introduirons des méthodes d'analyse comme la méthode d'Euler-MacLaurin pour décrire en détail les propriétés de ces fonctions spéciales. Les liens de la fonction Zeta avec la théorie des nombres et la distribution des nombres premiers sont bien connus

et nous démontrerons le théorème d’Hadamard & de La Vallée Poussin. Beaucoup de ces fonctions spéciales sont liées à des questions de physique mathématique et jouent un rôle important pour fournir des solutions modèles à des équations différentielles : c’est le cas notamment des fonctions d’Airy, de Bessel, d’Hermite et de Legendre. L’un des objectifs de ce cours est de fournir une liste importante d’exemples significatifs de fonctions méromorphes reliées à divers problèmes mathématiques (théorie des nombres, analyse, équations différentielles, physique mathématique). Ce cours peut également être utile aux agrégatifs.

**Prérequis :** Notions de base de calcul différentiel et intégral, notions sur les fonctions holomorphes (des rappels seront faits).

**Thèmes abordés :** Théorie élémentaire des fonctions holomorphes et méromorphes d’une variable complexe. Développement eulériens (produits infinis, fonction cotan, sin, Gamma). Méthode d’Euler-MacLaurin. Fonction Zeta de Riemann, théorème des nombres premiers. Fonctions de Bessel, fonctions d’Airy. Fonctions de Legendre. Fonctions d’Hermite.

Un polycopié est disponible à l’adresse

<http://webusers.imj-prg.fr/~nicolas.lerner/special-m1-lerner.pdf>

#### **4M005. Bases d’analyse fonctionnelle (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Jean-Yves Chemin

mel : [chemin@ann.jussieu.fr](mailto:chemin@ann.jussieu.fr)

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~smets/MM005/>

**Objectifs de l’UE :** Le cours aborde l’analyse fonctionnelle de base dans son ensemble, mais le point de vue et la présentation sont quelque peu orientés vers les applications à la physique mathématique, aux probabilités et au calcul des variations.

**Prérequis :** Algèbre linéaire et analyse élémentaire.

**Thèmes abordés :** Dans l’ordre des chapitres : Éléments de topologie, Espaces de fonctions continues, Intégration et théorie de la mesure, Espaces de Lebesgue, Applications linéaires continues, Dualité dans les espaces de Lebesgue et mesures de Radon finies, Analyse hilbertienne, Séries de Fourier, Intégrales de Fourier, Distributions tempérées et espaces de Sobolev.

#### **4M006. Bases des méthodes numériques (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeurs :** Laurent Boudin et Edwige Godlewski

mel : [laurent.boudin@upmc.fr](mailto:laurent.boudin@upmc.fr) [edwige.godlewski@upmc.fr](mailto:edwige.godlewski@upmc.fr)

**Objectifs de l’UE :** Étudier les grandes familles de méthodes numériques utilisées pour l’approximation des solutions d’équations aux dérivées partielles, comme les différences finies, les volumes finis, les éléments finis, les méthodes spectrales variationnelles, en introduisant au passage la méthode des caractéristiques, les espaces de Sobolev construits à partir de  $L^2(0,1)$  et d’autres notions issues de l’analyse fonctionnelle.

**Prérequis :** Des connaissances en calcul différentiel, équations différentielles ordinaires, intégration, analyse hilbertienne, algèbre linéaire et méthodes de résolution numérique du niveau licence.

**Thèmes abordés :** Méthode des différences finies ; méthode de volumes finis pour l'équation de transport ; étude mathématique des problèmes aux limites en dimension 1 ; approximation variationnelle des problèmes aux limites en dimension 1, méthode des éléments finis, exemple des éléments finis de Lagrange  $P_1$  ; polynômes orthogonaux, méthodes spectrales variationnelles. Analyse numérique des méthodes : stabilité, consistance, ordre, convergence, estimation d'erreur. Mise en œuvre des méthodes à l'aide du logiciel Scilab, préparation d'un projet Scilab, rédaction d'un rapport de projet et soutenance.

**4M009. informatique de base (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeurs :** Frédéric Hecht et Xavier Claeys

mel : [Frederic.Hecht@upmc.fr](mailto:Frederic.Hecht@upmc.fr)    [claeys@ljl11.math.upmc.fr](mailto:claeys@ljl11.math.upmc.fr)

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~hecht/ftp/InfoBase>

**Objectifs de l'UE :** Cette UE s'adresse à quiconque désireux d'acquérir les connaissances et les outils pour l'écriture d'algorithmes de calcul pour les mathématiques. Les connaissances seront validées dans un projet.

**Prérequis :** Il est souhaitable d'avoir une connaissance sommaire d'un langage de programmation et des connaissances de bases en algèbre linéaire.

**Thèmes abordés :** Apprentissage du C++ : programmation objet, classes, surcharge d'opérateurs, utilisation de la Standard Template Library. Programmation par évènement et utilisation d'une bibliothèque graphique (OpenGL, GLUT). Mise en œuvre des algorithmes de base : tri, liste. Apprentissage d'outils de développement.

Les thèmes des projets peuvent être choisis parmi : la théorie des nombres, la géométrie algorithmique (maillage de Delaunay, visualisation de surface, recherche d'objet dans un maillage), la théorie de graphe (problème du voyageur de commerce, chemin minimal), la résolution des grands systèmes linéaires creux, ...

**4M010. Probabilités de base (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Thierry Lévy

mel : [Thierry.Levy@upmc.fr](mailto:Thierry.Levy@upmc.fr)

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/levy/index.html>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est destiné aux étudiants débutant en probabilités et notamment à ceux désirant préparer l'agrégation.

**Prérequis :** Le contenu d'un cours d'intégration de niveau licence.

**Thèmes abordés :** Espaces de probabilités, variables aléatoires, distribution, espérance, moments, fonction caractéristique. Indépendance. Convergence de variables aléatoires, loi des grands nombres, théorème de la limite centrale. Vecteurs gaussiens. Espérance conditionnelle.

**4M011. Probabilités approfondies (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Zhan Shi

mel : [zhan.shi@upmc.fr](mailto:zhan.shi@upmc.fr)

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/zhan/>

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est de présenter les deux principaux modèles de variables dépendantes, à savoir les martingales (à temps discret) et les

chaînes de Markov (à espace d'états dénombrable). Ces notions sont centrales aussi bien sur le plan théorique qu'appliqué : les chaînes de Markov sont en effet au coeur des techniques de simulation aléatoire et les martingales à temps discret formalisent de nombreux phénomènes, notamment en finance. Il s'agit d'un exposé classique des principaux résultats. Ce cours prépare à un M2 en probabilités et statistiques et/ou à l'agrégation de mathématique.

*Il est disponible en télé-enseignement et un polycopié est disponible en début de cours pour les inscrits.*

**Prérequis :** il est nécessaire d'avoir suivi un cours de théorie de la mesure/intégration assez général. Il faut impérativement avoir suivi un cours de probabilités de L3 incluant les notions suivantes : indépendance, convergence presque sûre, en probabilité,  $L^p$ , la loi des grands nombres, convergence en loi et théorème central limite.

**Thèmes abordés :** espérance conditionnelle. Martingales à temps discret : filtrations, temps d'arrêt, convergences, martingales inverses, quelques problèmes d'arrêt. Chaînes de Markov à espace d'états dénombrable : propriété de Markov, classification des états, convergence vers la loi stationnaire et quelques applications.

#### **4M013. Statistique mathématique (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Arnaud Guyader

mel : [arnaud.guyader@upmc.fr](mailto:arnaud.guyader@upmc.fr)

url : <http://www.lsta.lab.upmc.fr/fr/pages/guyader.html>

**Objectifs de l'UE :** Donner aux étudiants quelques fondements de la Statistique Mathématique moderne.

**Prérequis :** Une bonne connaissance des probabilités classiques est indispensable, ainsi qu'une grande maîtrise des acquis du L (algèbre linéaire, calcul intégral, etc.).

**Thèmes abordés :**

##### **I – Introduction aux problèmes statistiques**

- Brefs rappels de probabilités : modes de convergence, théorèmes limite, opérations sur les limites, absolue continuité
- Notion d'expérience statistique
- Les problèmes statistiques classiques dans le cadre du modèle binomial (estimation, intervalles de confiance, tests)

##### **II – Le modèle linéaire gaussien**

- Le modèle linéaire général
- Rappels sur les vecteurs gaussiens
- Estimateurs des moindres carrés et propriétés dans le cas gaussien
- Intervalles et ellipsoïdes de confiance, tests de Student et de Fisher

##### **III – Estimation et tests non-paramétriques**

- Loi empirique, estimateurs empiriques, moments empiriques
- Fonction de répartition et quantiles empiriques
- Tests d'adéquation de Kolmogorov-Smirnov

##### **IV – Étude des modèles paramétriques unidimensionnels**

- La méthode delta et ses applications : méthode des moments, méthode des quan-

tiles, stabilisation de la variance

- La méthode du maximum de vraisemblance, application au modèle exponentiel
- Lois et densités conditionnelles, méthode de Bayes et estimateurs bayésiens.

**V – Comparaison et optimalité des estimateurs**

- Quelques principes généraux
- Exhaustivité et applications
- Modèles statistiques réguliers, Inégalité de l'Information et minoration asymptotique locale du risque
- Efficacité asymptotique et normalité asymptotique des estimateurs du maximum de vraisemblance

**4M014. Groupes finis et leurs représentations (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Antoine Ducros

mel : antoine.ducros@imj-prg.fr

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~antoine.ducros/>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours s'adresse non seulement aux mathématiciens mais aussi aux physiciens et aux chimistes. Il traite des groupes finis, de leurs structures et de leurs représentations linéaires en s'appuyant sur de nombreux exemples. Il donne l'occasion d'appliquer à des problèmes concrets de nombreux outils d'algèbre générale.

**Prérequis :** Algèbre linéaire. Quelques notions de théorie des corps sont bienvenues, mais seront rappelées.

**Thèmes abordés :** Rappels sur les groupes, sous-groupes, quotients, groupes cycliques, groupes d'isométries. Produits semi-directs et extensions. Théorie de Sylow. Groupes résolubles. Représentations linéaires et théorie des caractères.

**4M018. Statistique Appliquée (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeurs :** Nathalie Akakpo, Tabea Rebafka

mel : nathalie.akakpo@upmc.fr    tabea.rebafka@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/akakpo/>,

<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/rebafka/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter la démarche statistique au travers d'un panel de méthodes couramment utilisées pour analyser des données réelles. Le cours et les TD apporteront aux étudiants les bases théoriques et les outils nécessaires à la modélisation et à l'inférence statistique. Les TP permettront d'analyser des données tout en s'initiant au logiciel R, sans programmation lourde, les principaux objectifs étant de savoir utiliser les fonctions statistiques et graphiques déjà existantes et de savoir interpréter des sorties.

**Prérequis :** De bonnes connaissances en théorie des probabilités.

**Thèmes abordés :**

- Outils probabilistes pour la statistique inférentielle (caractéristiques des lois de probabilité, lois usuelles, outils de convergence)
- Statistique descriptive (résumés numériques et graphiques de données univariées ou bivariées)

- Estimation de paramètres (méthode des moments et du maximum de vraisemblance)
- Modèle de mélange et algorithme EM
- Intervalle de confiance et bootstrap
- Généralités sur les tests et tests paramétriques usuels (échantillons gaussiens ou de Bernoulli)
- Tests non-paramétriques (tests du chi-deux, ...)

**4M019. Introduction à la mécanique des milieux continus (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Hélène Dumontet  
 mel : [helene.dumontet@upmc.fr](mailto:helene.dumontet@upmc.fr)

**Objectifs de l'UE :** Il s'agit d'initier l'étudiant à la notion de milieux continus déformables, solides et fluides, en introduisant les équations de conservation qui régissent ces milieux, la notion de loi de comportement et les modélisations associées à quelques exemples simples. L'objectif final est la résolution de problèmes de mécanique ; les formulations variationnelles des équations aux dérivées partielles correspondantes seront établies et les solutions approchées recherchées en lien avec le cours d'approximations des équations aux dérivées partielles.

**Prérequis :** Analyse vectorielle, fonctions de plusieurs variables, équations différentielles et algèbre linéaire, notions sur les équations aux dérivées partielles.

**Thèmes abordés :**

- Généralités : Cinématique. Lois de conservation. Tenseur des contraintes
- Solides : Elasticité linéaire. Equations de Navier, de compatibilité de Beltrami. Formulations variationnelles.
- Fluides : Equations générales de la mécanique des fluides newtoniens. Ecoulements laminaires. Notion d'échelle et développements asymptotiques raccordés. Couche limite laminaire. Couche limite thermique.

**4M020. Théorie des nombres (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Jan Nekovář  
 mel : [jan.nekovar@imj-prg.fr](mailto:jan.nekovar@imj-prg.fr)  
 url : <http://webusers.imj-prg.fr/~jan.nekovar/>

**Objectifs de l'UE :** Le cours vise à donner une culture de base en théorie algébrique des nombres ; il a également pour ambition d'introduire quelques éléments de théorie analytique. Les étudiants ayant suivi le module seront préparés à aborder des cours plus spécialisés dans le domaine en année de M2. La première partie du cours fait également partie du bagage standard pour l'agrégation.

**Prérequis :** Les connaissances requises pour suivre ce cours sont celles du niveau L. En algèbre, les notions de groupe, anneaux, corps, modules seront utilisées. En analyse, un peu d'analyse complexe et des concepts standards de niveau L1-L2 seront supposés connus.

**Thèmes abordés :**

- Congruences, arithmétique des corps finis.
- Formes quadratiques binaires et corps quadratiques.

- Géométrie des nombres (théorème de Minkowski).
- Extensions algébriques.
- Entiers algébriques, anneaux de Dedekind.
- Décomposition des idéaux (ramification, discriminant, nombre de classes).
- Théorème des unités.
- Extensions galoisiennes, corps quadratiques, corps cyclotomiques.
- Séries de Dirichlet et application au théorème de la progression arithmétique.

**4M022. Géométrie différentielle (12 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Alexandru Oancea

mel : alexandru.oancea@imj-prg.fr

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~alexandru.oancea/>

**Objectifs de l'UE :** Introduire les notions de base de géométrie différentielle.

**Prérequis :** Connaissances en topologie, en calcul différentiel et intégral du niveau Licence.

**Thèmes abordés :** La notion de variété différentielle ; exemples. Immersions, submersions, difféomorphismes. Paracompacité, partitions de l'unité. La notion de fibré vectoriel ; exemples. Champs de vecteurs, crochet de Lie, flots. Groupes de Lie, application exponentielle. Formes différentielles, intégration, théorème de Stokes. Éléments de topologie différentielle : cohomologie de de Rham. Éléments de géométrie des courbes et des surfaces dans le plan et dans l'espace.

**4M024. Groupes et algèbres de Lie (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Gregory Ginot

mel : gregory.ginot@imj-prg.fr

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~gregory.ginot/>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours combine l'algèbre et l'analyse pour étudier la structure des groupes de matrices réelles ou complexes. Il introduit aussi à l'analyse harmonique.

**Prérequis :** Notions de base d'algèbre linéaire, de théorie des groupes, et de calcul différentiel.

**Thèmes abordés :** Groupes topologiques et groupes de Lie. Application exponentielle. Algèbres de Lie. Théorèmes de structure des algèbres de Lie. Représentations linéaires des groupes et algèbres de Lie. Mesure de Haar. Astuce unitaire de Weyl. Application aux groupes  $SO(3)$  ,  $SU(2)$  ,  $SL(2)$ .

**4M025 Calcul des variations : outils et méthodes (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeurs :** Jean-Michel Coron, Jean-François Babadjian

mel : coron@math.jussieu.fr    jean-francois.babadjian@upmc.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~coron/>

<https://www.ljll.math.upmc.fr/babadjian/>

**Objectifs de l'UE :** Le cours vise à présenter les connaissances nécessaires en analyse fonctionnelle, pour aborder des problèmes d'optimisation en dimension infinie, notamment ceux liés aux équations différentielles. Les méthodes seront illustrées sur des problèmes "classiques" du calcul des variations.



**Prérequis :** Bases d'analyse fonctionnelle 4M005.

**Thèmes abordés :** Analyse fonctionnelle approfondie : Espaces de Hilbert, convergence faible, compacité faible. Espaces de Sobolev en dimension un, formulation variationnelle de problèmes aux limites. Optimisation, optimisation sous contrainte : cas différentiel, cas convexe. Calcul des variations et équation d'Euler. Modélisation et étude de quelques problèmes.

**4M026. Approximation des équations aux dérivées partielles (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Bruno Després

mel : [despres@ann.jussieu.fr](mailto:despres@ann.jussieu.fr)

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~despres/>

**Objectifs de l'UE :** D'une part étudier les bases mathématiques de l'analyse des équations aux dérivées partielles rencontrées dans les applications (par exemple en mécanique et en physique) : l'accent sera mis sur les formulations variationnelles. Sur ces bases décrire et analyser plusieurs méthodes d'approximation numériques : en particulier la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

**Prérequis :** Connaissances en analyse fonctionnelle ou en méthodes numériques.

**Thèmes abordés :** Modélisation de phénomènes variés aboutissant à des problèmes d'équations aux dérivées partielles. Elements de théorie des distributions, espaces de Sobolev, formule d'intégration par parties en dimension quelconque, éléments de théorie hilbertienne. Formulation variationnelle des problèmes aux limites elliptiques, théorème de Lax-Milgram. Méthode des éléments finis pour les problèmes elliptiques en dimensions 1 et 2 : principe, description détaillée de quelques exemples, convergence et estimation d'erreur. Equation de la chaleur en dimension 1 d'espace : principe du maximum, solutions régulières et formulation variationnelle. Equation des ondes en dimension 1 d'espace : inégalité d'énergie, solutions régulières sur un intervalle, solutions sur la droite entière. Méthode des différences finies pour les équations de Laplace, de la chaleur, des ondes : consistance, stabilité et convergence de divers schémas numériques aux différences finies. Ouverture vers des méthodes numériques de type volumes finis.

**4M031. Informatique scientifique (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeurs :** Benjamin Stamm et Xavier Claeys

mel : [claeys@upmc.fr](mailto:claeys@upmc.fr)

url : <https://www.ljll.math.upmc.fr/MM031/>

**Objectifs de l'UE :** Cette UE est une initiation à la pratique du calcul scientifique, à travail des rudiments d'analyse numérique théoriques complétés par une introduction à la programmation en C++ orienté vers le calcul scientifique. Le cours comprends un nombre important d'heures de TPs en salles machine qui guident pas à pas jusqu'à la mise en oeuvre complète des méthodes les plus répandues pour la résolution de grands systèmes linéaires, ainsi que la méthode des éléments finis P1-Lagrange pour la résolution d'EDP elliptiques en deux dimensions. L'enseignement comprends par ailleurs un projet de programmation.

**Prérequis :** Il est souhaitable d'avoir une connaissance, au moins sommaire, d'un langage de programmation et les connaissances équivalentes à un cours de Licence



en analyse numérique (résolution des systèmes linéaires, calcul d'intégrale, calcul différentiel, équations différentielles ordinaires).

**Thèmes abordés :** Concernant les aspects programmation, le cours aborde l'utilisation du système UNIX, l'apprentissage complet du C++ (programmation objet, classes, surcharge d'opérateur), la compilation à base de makefile. On aborde également la programmation des principales méthodes numériques pour la résolution des grands systèmes linéaires (méthodes directes et méthodes itératives), et la résolution des équations aux dérivées partielles (différences finies et éléments finis P1-Lagrange). On aborde enfin la visualisation graphique en 1D et 2D, ainsi que l'utilisation de quelques bibliothèques de calcul scientifique répandues.

Le cours d'analyse numérique concerne l'étude des méthodes directes de résolution de systèmes linéaires (Gauss, LU, Cholesky), et des méthodes itératives (Jacobi, Gauss-Seidel, gradient conjugué notamment...). On aborde également la discrétisation des EDP par différences finies et éléments finis, ainsi que la convergence de ces méthodes.

#### **4M036. Processus de sauts (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Nicolas Fournier

mel : nicolas.fournier@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/fournier/>

**Objectifs de l'UE :** Les processus markoviens de sauts sont les processus à temps continu les plus simples. Ils représentent cependant des outils de modélisation pertinents dans de nombreuses situations (comme en files d'attente). Par ailleurs, une bonne compréhension de ces processus est probablement nécessaire avant d'aborder les processus de diffusion en M2. Le but de ce cours est donc une étude rigoureuse des processus markoviens de sauts ainsi que de certaines de leurs applications.

**Prérequis :** Un cours de probabilités (il n'est pas nécessaire d'avoir suivi un cours sur les chaînes de Markov ou sur les martingales pour suivre ce cours).

**Thèmes abordés :** Chaînes de Markov, Processus de Poisson, Processus markoviens de sauts, Processus de renouvellement, files d'attente.

#### **4M039. Histoire d'un objet mathématique (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeurs :** Alexandre Guilbaud et Laurent Mazliak

mel : laurent.mazliak@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/users/lma/M1HistMaths.html>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours propose une exploration de l'histoire du concept de fonction entre les XVIIe et XXe siècles à travers une série de séances thématiques permettant d'approfondir un aspect spécifique de la question, et globalement organisées de façon chronologique. Cette approche doit non seulement faciliter pour les étudiants l'appréhension du processus historique de construction de ce concept, mais aussi leur permettre de saisir les différents enjeux autour desquels ce processus complexe s'articule, qu'il s'agisse du rôle des interactions entre mathématiques pures et mathématiques mixtes ou appliquées (notamment à la mécanique et à la physique), des liens unissant l'histoire du concept avec les conditions de développement de l'analyse et ses relations avec la géométrie, l'algèbre et l'arithmétique, ou encore des conséquences de l'émergence de la topologie et de la théorie des ensembles sur le rôle et le statut de la notion de fonction.

La méthodologie historique que nous proposons est centrée sur l'analyse de textes originaux : chaque semaine une des deux séances sera intégralement consacrée à cet aspect, permettant ainsi aux étudiants de s'entraîner à la lecture critique des sources. En plus de leur apporter des connaissances spécifiques sur l'histoire de ce concept fondamental dans le champ mathématique, une telle approche doit aussi leur permettre de prendre du recul sur les mathématiques en général, sur l'articulation entre les différentes branches qui les composent, leurs dynamiques passées et actuelles ainsi que leurs interactions avec d'autres champs du savoir.

**Liste prévisionnelle des séances successives :**

- 1) Séance introductive : différentes manières de concevoir l'histoire des mathématiques
- 2) La préhistoire des fonctions : notions de fonctionnalité dans les mathématiques avant la Renaissance
- 3) Descartes et Fermat, ou la mise en fonction de la géométrie
- 4) Le calcul différentiel et intégral de Leibniz et Newton appliqué à la mécanique : les premiers pas de la nouvelle analyse et du concept de fonction
- 5) D'Euler à Lagrange, la fonction au centre de l'édifice analytique
- 6) La querelle des cordes vibrantes entre D'Alembert, Euler et Daniel Bernoulli : de nouveaux questionnements mathématiques sur le concept de fonction
- 7) Décomposition des fonctions en séries trigonométriques : Fourier et la théorie de la chaleur
- 8) Une nouvelle conception de la rigueur mathématique : Cauchy, Bolzano, Dirichlet, Weierstrass et l'émergence des fonctions modernes
- 9) La deuxième dimension : la théorie des fonctions d'une variable complexe
- 10) Fonctions et théories de l'intégration : Cauchy, Riemann et leurs successeurs
- 11) Toujours ensembles : Cantor et les fonctions
- 12) Et la fonction devint variable : Volterra et ses lecteurs

**4M044. Gravitation et Relativité (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeurs :** Jean Souchay, Marie-Christine Angonin

mel : Jean.SOUCHAY@obspm.fr Marie-Christine.ANGONIN@obspm.fr

**Objectifs de l'UE :** L'objectif de la partie gravitation de ce cours présentée par M. Souchay est d'acquérir les bases de la mécanique céleste, à savoir les orbites et les mouvements képlériens, suivis d'une initiation au problème de  $N$  corps. Les aspects aussi bien physiques que mathématiques sont développés, suivis d'applications.

L'objectif de la partie relativité de ce cours présentée par Mme Angonin est de présenter la relativité restreinte et la relativité générale. Les principes de base sont développés, puis suivis d'applications majoritairement orientées vers l'astrophysique et les systèmes de référence du temps. Les cours auront lieu à l'Observatoire de Paris.

**Prérequis :** Calcul différentiel, équations différentielles linéaires et algèbre linéaire.

**Thèmes abordés :**

- Mécanique céleste et systèmes de références.
- Modèles dynamiques.
- Dynamique des corps en rotation.
- Relativité restreinte : principe de relativité, espace-temps de Minkowski, quadriceurs, transformations de Lorentz. Relativité de la simultanéité, dilatation des

durées, effet Doppler, aberration de la lumière. Effet Sagnac, métrique sur un disque tournant.

- Relativité générale : principe d'équivalence, introduction d'une métrique, temps propre, décalage gravitationnel des fréquences (effet Einstein), espace associé à un observateur. Mouvements des particules massives et des photons déduits du principe des géodésiques. Approximation post-newtonienne. Echelles de temps. Avance du périhélie des planètes, effet de retard (effet Shapiro), déviation des rayons lumineux.

#### **4M045. Travail d'étude et de recherche - TER (6 ECTS) (2nd semestre)**

**Responsable :** Frédéric Klopp

mel : frederic.klopp@imj-prg.fr

url : [http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1/travaux\\_d\\_etude\\_et\\_de\\_recherche\\_ter\\_stages.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1/travaux_d_etude_et_de_recherche_ter_stages.html)

**Objectifs de l'UE :** Le TER de la première année de Master Mathématiques consiste en un travail d'étude et de recherche effectué sous la direction d'un enseignant qui propose le sujet. Il peut s'effectuer en binôme. Ce travail pourra être théorique ou/et comporter une partie de simulation numérique. Il pourra également être réalisé autour d'une question émanant d'un partenaire industriel ; le sujet est alors proposé conjointement par ce partenaire et l'enseignant responsable du TER. Le stage de TER est généralement effectué au second semestre.

**Évaluation l'UE :** Le TER donne lieu à un rapport écrit et à une soutenance orale (d'environ 30 minutes), qui constituent l'évaluation du travail. La soutenance devra avoir eu lieu au plus tard deux semaines avant le jury du second semestre. La validation du TER permet l'attribution de 6 ECTS dans le cadre du second semestre du M1.

**Déroulement de l'UE :** Un T.E.R. dure au moins quatre mois ; pour qu'il soit soutenu avant les jurys de juin, il doit donc être débuté au plus tard à la fin janvier.

L'inscription en T.E.R. est subordonnée au choix d'un sujet, à l'obtention de l'accord de l'enseignant-chercheur responsable du sujet ainsi que de l'accord du responsable des T.E.R. Certains sujets proposés en début d'année universitaire sont rassemblés dans un fascicule

<http://www.math.jussieu.fr/~klopp/TER/TER-2015-2016.pdf>

L'étudiant intéressé par un sujet rencontre l'enseignant-chercheur qui le propose. Un étudiant intéressé par un domaine particulier peut aussi aller voir un enseignant-chercheur de son choix afin de lui proposer de le diriger lors d'un T.E.R. ; le sujet peut alors être défini d'un commun accord.

Dans tous les cas, l'étudiant confirme son choix auprès du responsable des T.E.R. qui coordonne le processus. Le cas échéant, le responsable des T.E.R. donne son accord. Une fois le sujet choisi et, le cas échéant, le binôme constitué, les étudiants rencontrent régulièrement l'enseignant responsable du sujet qui les guidera dans leur travail.

**NB :**

- Le TER n'est pas ouvert aux étudiants inscrits en FOAD.

- Pour s’inscrire dans ce module, il est nécessaire d’avoir validé le premier semestre du M1.

**4M046. Equations aux dérivées partielles (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Frederic Klopp

mel : frederic.klopp@imj-prg.fr

url : <http://people.math.jussieu.fr/~klopp>

**Objectifs de l’UE :** Ce cours constitue une introduction aux équations aux dérivées partielles et a pour but de donner des résultats de base sur les équations les plus classiques reliées à des problèmes physiques ou géométriques.

**Prérequis :** Calcul différentiel et intégral.

**Thèmes abordés :** Champs de vecteurs, EDP du premier ordre. Equations classiques : équations de Laplace, de Cauchy-Riemann, de la chaleur, de Schrödinger, équations des ondes. Méthodes de Fourier et théorie des distributions. Equations elliptiques, hyperboliques, paraboliques. Eléments de théorie spectrale. Eléments de mécanique des fluides.

**4M047. Géométrie et mécanique (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Laurent Niederman

mel : laurent@imcce.fr

**Objectifs de l’UE :** Prenant comme fil directeur une introduction à la structure géométrique des équations de la mécanique, on donnera dans le cours les bases nécessaires en calcul différentiel, calcul extérieur et équations différentielles. Le cours s’adresse à des étudiants en première année de master de mathématiques, de physique, de mécanique ou d’astronomie, ainsi qu’à des étudiants désirant préparer l’agrégation de mathématiques.

**Prérequis :** Les notions nécessaires de calcul différentiel et extérieur seront étudiées en fonction des besoins des étudiants.

**Thèmes abordés :** 1. calcul différentiel. Dérivée, théorème d’inversion locale. Equations différentielles et champs de vecteurs. Formes différentielles. Application : équations de Maxwell.

2. Courbes et surfaces régulières. Symétries et intégrales premières.

3. Calcul variationnel, équations d’Euler Lagrange. Application : recherche de flots géodésiques sur des surfaces.

4. Introduction la mécanique lagrangienne via le principe de moindre action.

**Organisation pédagogique :** le cours a lieu à l’Observatoire de Paris

<http://master-1.obspm.fr/>

équations à variables séparables.

**4M050. Théorie des Systèmes Dynamiques (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Jean-Pierre Francoise

mel : Jean-Pierre.Francoise@upmc.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~francoise/>

**Objectifs de l’UE :** Les applications de la théorie des Systèmes Dynamiques recouvrent un champ scientifique vaste qui va des sciences du vivant à l’économie et

à la physique. L'objectif du cours est de donner une formation aux fondements de cette théorie et une initiation à quelques applications. Il s'adresse à des étudiants de Master 1 de mathématiques, physique, ingénierie ou biologie ainsi qu'aux étudiants désirant préparer l'agrégation de mathématiques.

**Prérequis :** Le cours de calcul différentiel du L3. Rappel de notions de géométrie différentielle sera fait en cours.

**Thèmes abordés :**

- Points stationnaires, attracteurs, récurrence
- Théorie de la stabilité, variétés stables et instables
- Orbites périodiques
- Introduction à la théorie des perturbations, moyennisation, applications à l'étude des oscillations.

**4M052. Éléments de probabilités (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Omer Adelman

mel : `x@upmc.fr` (x=omer.adelman)

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~adelman/>

**Objectifs de l'UE :** Ouvrir le monde des probabilités – un monde concret et intuitif, un monde d'abstraction et de rigueur, un monde parfois surprenant – à ceux qui ne le connaissent pas encore (notamment lorsqu'ils sont futurs agrégatifs).

**Prérequis :** Aucun ; sauf, bien entendu, un apport correct de la licence, un certain *sens mathématique* – et la volonté d'apprendre. (Voir le document « 52 » à l'url ci-dessus.)

**Thèmes abordés :** Lois de probabilités et leurs diverses caractérisations ; variables aléatoires ; suites aléatoires et *limites* aléatoires ; *ensembles* aléatoires ; outils et techniques de calcul ; situations où on peut se passer de calcul ; le bon usage de la convexité (ou de la positivité) et de la *symétrie* ; applications.

Simulation ; couplage ; processus de Poisson ; Markov ; marches ; arrêts.

Au centre sera le **conditionnement**. La magique espérance conditionnelle relativement à une sous-tribu nous aidera à calculer, à raisonner, à *comprendre*.

Le tout se fera dans un esprit authentiquement probabiliste, esprit dont l'existence et l'unicité et la *pertinence* s'illustreront de multiples façons.

**4M055. Stage en entreprise pour mathématiciens (6 ECTS) (1er ou 2e semestre)**

**Professeur :** Marie Postel

mel : `marie.postel@upmc.fr`

url : [http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet insertion professionnelle)

**Objectifs de l'UE :** Donner aux étudiants la possibilité d'avoir une expérience de l'utilisation des outils mathématiques et des logiciels scientifiques dans le milieu de l'entreprise ou de l'industrie. Préciser un projet professionnel en découvrant de façon concrète un domaine d'application lié aux mathématiques.

**Prérequis :** lire la description détaillée sur le site web

[http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet insertion professionnelle) et prendre contact avec le professeur responsable de l'UE avant d'établir la convention de stage.

**Thèmes abordés :** L'étudiant trouve son stage seul. Le sujet est proposé par l'entreprise et doit être validé par le responsable de l'UE avant le début du stage. Le stage doit comprendre une immersion totale dans l'entreprise pendant 2 mois minimum, soit pendant l'été soit pendant un semestre universitaire si l'étudiant a déjà validé les autres modules, dans le cas d'un M1 étalé sur plus d'un an. Les stages ayant lieu pendant l'été seront évalués à la rentrée de septembre. D'autres situations particulières peuvent être étudiées au cas par cas. Les stages validés au titre d'un autre diplôme ne peuvent pas être pris en compte. L'évaluation du stage repose sur trois critères : la rédaction d'un rapport, la soutenance orale et l'avis motivé du responsable en entreprise.

Tous les étudiants voulant faire un stage en entreprise pendant l'année de M1, dans le cadre de cette UE ou non, doivent remplir un formulaire en ligne [http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet insertion professionnelle) pour pouvoir ensuite obtenir une convention de stage.

#### **4M056. Programmation en C++ (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Damien Simon

mel : [damien.simon@upmc.fr](mailto:damien.simon@upmc.fr)

url : <http://www.normalesup.org/~dsimon/enseignement/index.html>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours donne les bases du langage de programmation C++ avec une orientation vers les probabilités, les statistiques et les structures de données. Si le temps le permet, nous aborderons des notions de calcul parallèle.

**Prérequis :** Notions d'algorithmique (tests logiques, boucles, notion de fonctions).

#### **Thèmes abordés :**

Les premières séances sont consacrées au langage C++ : syntaxe du langage, compilation (avec g++), gestion de la mémoire (fondamentale pour le traitement de grosses données), notion de classe pour définir de nouveaux objets et fonctions de la librairie standard.

Dans la seconde partie du cours, d'une part nous approfondirons les possibilités qu'offre le C++ travers l'héritage et la programmation générique; d'autre part, nous verrons comment programmer divers algorithmes liées aux probabilités et aux statistiques. Dans la perspective du *big data*, l'accent sera mis, en cours et travers les sujets de TP, sur l'étude des différents types de structures algorithmiques et de données (tri, arbres, liste versus vecteurs) et leur complexité ainsi que sur les moyens de lire des fichiers plus évolués que de simples nombres (images, etc). Si le temps le permet, il y aura également une initiation au calcul parallèle.

#### **4M057. Analyse convexe (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** P. L. Combettes

mel : [plc@ljl1.math.upmc.fr](mailto:plc@ljl1.math.upmc.fr)

url : <http://www.ljl1.math.upmc.fr/~plc>

**Objectifs de l'UE :** L'analyse convexe est un des piliers des mathématiques appliquées. Elle intervient dans la modélisation et la résolution numérique de problèmes en ingénierie, en statistiques, en physique, en économie, en finance et dans les sciences de l'information. L'objectif de ce cours de fournir les fondements de l'analyse convexe moderne dans les espaces euclidiens et de ses applications en programmation convexe.

**Prérequis :** Algèbre linéaire, topologie élémentaire.

**Thèmes abordés :** Ensembles convexes (propriétés algébriques, topologiques, de meilleure approximation et de séparation, fonction d'appui); cônes convexes (propriétés, cônes polaire, dual, tangent, normal); fonctions convexes (propriétés algébriques et topologiques, fonctions convexes s.c.i., minoration affine); conjugaison (propriétés, biconjugaison, conjugaison de la somme); sous-différentiabilité (propriétés, liens avec la conjugaison, théorème de la somme); différentiabilité (dérivée directionnelle, caractérisation de la convexité, formule du max, théorème de Baillon-Haddad); existence, unicité, et caractérisation des solutions de programmes convexes, Karush-Kuhn-Tucker, méthodes algorithmiques en programmation convexe, méthodes de descente, méthode du gradient projeté, programmation non différentiable, applications diverses.

#### **4M059. Groupe fondamental et revêtements (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Ilia Itenberg

mel : [ilia.itenberg@imj-prg.fr](mailto:ilia.itenberg@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~ilia.itenberg/>

**Objectifs de l'UE :** Dans ce cours, nous introduirons la théorie des revêtements, en lien avec la notion d'homotopie. Nous définirons le groupe fondamental d'un espace topologique, et nous apprendrons à le calculer sur des exemples, notamment à l'aide du théorème de van Kampen.

**Prérequis :** Connaissances en topologie et calcul différentiel du niveau licence.

**Thèmes abordés :** Revêtements, homotopie, groupe fondamental.

#### **4M060. Introduction aux surfaces de Riemann (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Nicolas Bergeron

mel : [nicolas.bergeron@imj-prg.fr](mailto:nicolas.bergeron@imj-prg.fr)

url : <http://www.math.jussieu.fr/~bergeron/>

**Objectifs de l'UE :** L'objectif de ce cours est de proposer une introduction aux divers aspects algébriques, analytiques et géométriques d'un des objets les plus riches et importants des mathématiques.

**Prérequis :** Analyse complexe élémentaire et les bases de la topologie algébrique.

**Thèmes abordés :** Surfaces de Riemann, courbes algébriques, Diviseurs et fibrés en droites complexes, Théorème de Riemann-Roch, Géométrie hyperbolique et sous-groupes discrets.

#### **4M061. Modèles Mathématiques en Neurosciences (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeurs :** Jean-Pierre François et Michèle Thieullen

mel : jpf@math.jussieu.fr    michele.thieullen@upmc.fr

**Objectifs de l'UE :** Introduire les modèles mathématiques développés dans les neurosciences et donner aux étudiants la formation en systèmes dynamiques stochastiques nécessaire à leur compréhension.

**Prérequis :** Sont souhaitables :

- un cours de niveau L3 de Probabilités (LM 345 ou LM 390)
- un cours de Topologie et Calcul Différentiel (LM 360)

**Thèmes abordés :**

- Rappels sur la Loi des Grands Nombres, le Théorème Central Limite et leurs applications (approximations, intervalles de confiance)
- Introduction aux systèmes dynamiques. Points stationnaires, cycles limites et théorie des bifurcations. Systèmes dynamiques lents-rapides.
- Equations de Hodgkin-Huxley. Bruits Gaussiens et Poissoniens. Modélisation du fonctionnement des canaux ioniques par des processus de Markov.
- Etude du système de FitzHugh-Nagumo. Notion d'excitabilité, trains de décharge de potentiels d'action. Perturbation aléatoire d'un système excitable.
- Modèle Intègre-et-Tire. Réponse intensité-fréquence d'un neurone.
- Modèle de Morris-Lecar.
- Perturbation des modèles Intègre et Tire et Morris Lecar par un bruit. Comportement asymptotique.

The aim of this course is the introduction of the mathematical models occurring classically in Neuroscience. We will give the students the background in probability theory and dynamical systems necessary to understand these models. We expect the students to have an undergraduate level in Probability Theory as well as in Topology and Differential Calculus. The course is organised as follows :

Reminders of Probability theory : law of Large numbers, Central Limit Theorem and their applications (approximation results, confidence intervals).

Introduction to dynamical systems : equilibrium points, limit cycles, bifurcation theory, slow-fast systems.

The Hodgkin-Huxley model, Gaussian and Poissonian noises. Modelling of ion channels by Markov processes.

Study of the FitzHugh-Nagumo system. Excitability, spike trains of action potentials. Random perturbation of an excitable system.

Integrate and Fire model.

Morris-Lecra model.

Noisy Integrate and Fire models, noisy Morris-Lecar models. Asymptotic behaviour.

**4M062. Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine (6 ECTS) (1er semestre).** *Ce cours est destiné aux étudiants désirant s'orienter vers les mathématiques pour la biologie. Pour être validé au premier semestre il pourra être complété par 6ECTS d'UE de Bioinformatique (par exemple MI064 : Introduction à la biologie et aux algorithmes sur les arbres et les graphes en bioinformatique) ou de biologie interdisciplinaire ou tout autre choix sous réserve d'accord du responsable de l'UE 4M062.*

**Professeur :** Yvon Maday



mel : [maday@ann.jussieu.fr](mailto:maday@ann.jussieu.fr)

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~maday>

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est de proposer quelques éléments de modélisation en biologie, écologie et sciences du vivant et d'introduire, à partir de ces modèles, quelques outils mathématiques qui seront illustrés par des simulations et implémentations numériques.

**Prérequis :** Ce cours s'adresse à des étudiants venant de divers horizons, le niveau de prérequis est donc assez bas, des exercices adaptés aux objectifs du cours permettront de combler les lacunes éventuelles.

**Thèmes abordés :** modèles de dynamique de population discrets et continus : EDO, stabilité, bifurcation

modèles de compétition, écologie, proie prédateur : analyse matricielle

modèles d'épidémiologie : déterministes et aléatoires

dynamique spatiale, réaction, diffusion, phénomènes non locaux, texture : analyse des edp, théorèmes de point fixe

approximation des edp : différences finies et éléments finis, basés sur freefem++  
base biblio Mathematical biology J. MURRAY

#### 4M065. Modèles stochastiques, applications à la finance (12 ECTS) (2e semestre)

**Professeur :** Philippe Bougerol

mel : [philippe.bougerol@upmc.fr](mailto:philippe.bougerol@upmc.fr)

url : [www.proba.jussieu.fr/~bougerol](http://www.proba.jussieu.fr/~bougerol)

**Objectifs de l'UE :** Présenter des éléments de calculs stochastiques à temps discret et continu, avec application au contrôle markovien, au filtrage et à la finance.

**Prérequis :** Il est indispensable d'avoir les connaissances du cours de Probabilités Approfondies (espérance conditionnelle, chaînes de Markov, martingales)

**Thèmes abordés :**

- Introduction aux produits financiers.
- Modèles markoviens contrôlés à temps discret.
- Arrêt optimal.
- Contrôle linéaire (LQG).
- Filtrage gaussien (Kalman-Bucy).
- Calcul stochastique en temps discret.
- Evaluation d'actifs dérivés en temps discret (Opportunité d'arbitrage, Marché complet).
- Gestion de portefeuille (Markowitz)
- Mouvement brownien et éléments de calcul d'Ito (Formule d'Ito et Girsanov)
- Evaluation d'actifs dérivés en temps continu (Formules de Black et Scholes).
- Contrôle en temps continu (Gestion de Portefeuille de Merton)

#### 4M067. Cryptologie, Cryptographie algébrique (12 ECTS) (2e semestre)

**Professeur :** Leonardo Zapponi

mel : [leonardo.zapponi@imj-prg.fr](mailto:leonardo.zapponi@imj-prg.fr)

url : <http://www.math.jussieu.fr/~zapponi/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter les applications de la théorie des nombres en cryptographie. Décrire différents protocoles, tels que les cryptosystèmes à clés publiques, le partage de secret ou les preuves à divulgation nulle de connaissance. Exposer les problèmes de primalité et de factorisation des entiers. Donner une introduction à la théorie des courbes elliptiques afin d'en décrire des applications à la cryptographie.

**Prérequis :** Connaissances de base en algèbre et arithmétique du niveau Licence.

**Thèmes abordés :** Théorie élémentaire des nombres, complexité, corps finis, loi de réciprocité quadratique, problème du logarithme discret, cryptosystèmes à clés publiques, protocoles de secret partagé, preuves à divulgation nulle de connaissance, tests et critères de primalité, méthodes de factorisation, introduction à la théorie des courbes elliptiques, courbes elliptiques sur les corps finis, cryptosystèmes elliptiques.

#### **4M068. Combinatoire et optimisation (12 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Michel Pocchiola

mel : pocchiola@math.jussieu.fr

url : <http://people.math.jussieu.fr/~pocchiola>

**Objectifs de l'UE :** Etudes de structures de base en mathématiques discrètes et de leurs applications en optimisation combinatoire.

**Prérequis :** Algèbre linéaire et topologie générale de niveau licence.

**Thèmes abordés :** Théorie des graphes, Géométrie Discrète, Géométrie Algorithmique, Topologie Combinatoire, Convexité, Polytopes, Calculabilité et Complexité.

1. Arbres binaires, arbres binaires de recherche, algorithmes de tri ;
2. Polytopes convexes, théorème de la borne supérieure, programmation linéaire ;
3. Complexes simpliciaux, théorème de Borsuk-Ulam, recherche multidimensionnelle ;
4. Arbres, forêts, théorème de Borchart, gestion de partition ;
5. Arbres couvrants, arbres couvrants de valuation minimale ;
6. Matroides, algorithme glouton, théorème de Hall-Rado ;
7. Plus court chemins, flots et couplages dans les graphes.

#### **4M070. Equations différentielles : de Newton à nos jours (6 ECTS) (2e semestre)**

**Responsable du cours :** Corentin Audiard

mel : corentin.audiard@ljl1.math.upmc.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~audiard/>

**Modalités :** Ce cours est basé sur le MOOC de Cédric Villani et Diaraf Seck disponible sur la plateforme FUN. Les étudiants de l'UPMC auront à leur disposition en suppléments des devoirs à la maison rédigés et corrigés par Corentin Audiard qui les encadrera dans le cadre de l'enseignement à distance. Le cours sera validé par un examen présentiel en fin de période.

**Objectifs de l'UE :** Ce cours correspond aux sept premières semaines du MOOC sur les équations d'évolution de C. Villani et D. Seck, ces premières semaines traitent l'analyse des équations différentielles ordinaires. Il sert à la fois d'introduction à l'analyse moderne des équations différentielles et de préparation à la deuxième partie du MOOC qui traite des équations aux dérivées partielles.

**Prérequis :** Algèbre linéaire et analyse réelle niveau licence, y compris l'intégrale de Lebesgue, calcul différentiel à plusieurs variables, topologie niveau licence.

**Thèmes abordés :** problème de Cauchy, espace des phases, portrait de phase, théorème de Cauchy-Lipschitz, fonction de Lyapunov, dynamique en temps long, systèmes hamiltoniens, introduction à la théorie KAM.

#### **4M072. Introduction aux statistiques bayésiennes (6 ECTS) (2e semestre)**

**Professeur :** Ismaël Castillo

mel : [ismael.castillo@upmc.fr](mailto:ismael.castillo@upmc.fr)

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~castillo/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter l'approche bayésienne en statistiques. Former à son utilisation dans les modèles statistiques paramétriques. Des séances de TD permettront de mettre en application les notions vues en cours.

**Prérequis :** Cours de probabilité, notions de base sur l'espérance conditionnelle et les lois conditionnelles. Il est recommandé d'avoir suivi au moins un cours de statistiques, tel que le cours 4M018 Statistiques appliquées proposé au premier semestre.

**Thèmes abordés :** L'approche bayésienne est beaucoup utilisée en pratique car elle permet notamment d'incorporer naturellement une notion d'incertitude sur les paramètres à estimer par l'intermédiaire d'une loi de probabilité, la loi a priori. Cette loi est ensuite 'mise à jour' à l'aide des données pour former une nouvelle loi, la loi a posteriori, qui constitue l'estimateur au sens bayésien. Le cours abordera les notions suivantes : formalisme bayésien, lois a priori et a posteriori, formule de Bayes, lois conjuguées, aspects de l'a posteriori et lien avec l'estimation ponctuelle, régions de crédibilité, choix de lois a priori, éléments d'analyse asymptotique, principes numériques de simulation de lois a posteriori.

#### **4P002. Physique quantique et applications (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Alice Sinatra

mel : [alice.sinatra@lkb.ens.fr](mailto:alice.sinatra@lkb.ens.fr)

url : <http://www.phys.ens.fr/~sinatra/>

**Objectifs de l'UE :** Donner aux étudiants les connaissances de base en physique quantique qui leur serviront dans les différentes spécialités de la physique allant de la physique atomique à l'optique quantique et à la matière condensée. Les outils théoriques et leur illustration sur des exemples simples seront donnés en cours, et leurs applications à des domaines variés seront données en travaux dirigés.

**Prérequis :** Niveau licence de Physique (L3) ou équivalent. Les bases de la mécanique ondulatoire sont supposées connues.

**Thèmes abordés :**

Formulation générale de la mécanique quantique.

- Théorie des perturbations stationnaires.
- Problèmes à une dimension. Potentiel périodique.
- Problèmes à trois dimensions. Potentiel central.
- Atome d'hydrogène.
- Théorie générale du moment cinétique, spin.
- Applications de la théorie des perturbations à l'atome d'hydrogène.
- Perturbations dépendant du temps. Règle d'or de Fermi.
- Interaction matière-rayonnement.
- Particules identiques.

Des exemples d'application venant de la recherche actuelle sur les atomes froids, les gaz quantiques, la matière condensée et la physique théorique seront présentés en cours et en travaux dirigés.

**4MOI1. Orientation et Insertion professionnelle (3 ECTS) (1er semestre)**

**Professeurs :** Nathalie Akakpo et Marie Postel

mel : [nathalie.akakpo@upmc.fr](mailto:nathalie.akakpo@upmc.fr), [marie.postel@upmc.fr](mailto:marie.postel@upmc.fr)

**Objectifs de l'UE :** L'objectif de l'UE est d'aider les étudiants à préciser leur projet professionnel, et de s'assurer qu'ils s'orientent de la manière optimale pour le réaliser. Les étudiants sont répartis par groupes encadré par un enseignant chercheur qui est en même temps leur *directeur d'étude* pour l'année entière.

**UE obligatoire :** Les étudiants suivant au moins un cours en présentiel au premier semestre doivent obligatoirement suivre cette UE ainsi qu'une UE de langue à 3 ECTS.

**Organisation de l'UE :** Les informations détaillées seront communiquées sur le site web

[http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau\\_m1.html](http://www.master.ufrmath.upmc.fr/fr/niveau_m1.html) (onglet insertion professionnelle) et sur SAKAI.

## 2.8 Responsable et site

Responsable : Thierry LEVY    [Thierry.Levy@upmc.fr](mailto:Thierry.Levy@upmc.fr)

Site : <http://www.master.math.upmc.fr/>

Secrétariat : Campus Jussieu, Tour 14-15 2<sup>ème</sup> étage, case courrier 202, 4 place Jussieu - 75252 Paris Cedex 05

Responsable administrative du master : Faouzia BESSEDDIK  
[faouzia.besseddik@upmc.fr](mailto:faouzia.besseddik@upmc.fr)  
bureau 209 - tél. 01 44 27 22 67

Inscriptions administratives Master 1 et 2 Amina HAMADI  
[amina.hamadi@upmc.fr](mailto:amina.hamadi@upmc.fr)  
bureau 203 - tél. 01 44 27 74 33

Inscriptions pédagogiques Master 1 Mathilde BESNARD  
[mathilde.besnard@upmc.fr](mailto:mathilde.besnard@upmc.fr)  
bureau 205 - tél. 01 44 27 37 56

Télé-Sciences 6 - Formations Ouvertes et A Distance Bruno DEHAINAULT  
<http://tele6.upmc.fr>  
[bruno.dehainault@upmc.fr](mailto:bruno.dehainault@upmc.fr)  
bureau 210 - tél. 01 44 27 62 34

Secrétariat de l'agrégation Nicole ABRAHAMIAN  
[nicole.abrahamian@upmc.fr](mailto:nicole.abrahamian@upmc.fr)  
Bureau 202 - tél. 01 44 27 53 38

Secrétariat du CAPES externe Juliette RASA  
[juliette.rasa@upmc.fr](mailto:juliette.rasa@upmc.fr)  
bureau 204 - tél. 01 44 27 54 49

Secrétariat du CAPES interne Moussa BINTI  
[moussa.binti@upmc.fr](mailto:moussa.binti@upmc.fr)  
bureau 208 - tél. 01 44 27 71 10

**Des renseignements pratiques sur les inscriptions et le calendrier (page 153) du Master 1 sont disponibles au chapitre 12.**



# Chapitre 3

## Master 2, Spécialité Mathématiques fondamentales

### 3.1 Objectifs et descriptions

La spécialité *Mathématiques fondamentales* s'adresse aux étudiants titulaires d'un M1 de mathématiques ou d'un titre équivalent et comprend deux parcours : “Mathématiques Recherche” et “Mathématiques Avancées”.

Un large spectre des mathématiques fondamentales est généralement couvert, avec des variations selon les années : théorie des nombres, géométrie algébrique, théorie de Lie, topologie, géométries analytique et différentielle, systèmes dynamiques, analyse fonctionnelle, analyse harmonique, équations aux dérivées partielles, etc.

#### 3.1.1 Parcours “Mathématiques Recherche”

Ce parcours, assez exigeant, s'adresse à tous les étudiants se destinant à un doctorat en mathématiques fondamentales. Une fois ce doctorat accompli, les débouchés naturels sont les métiers de la recherche et de l'enseignement supérieur, au CNRS, à l'université ou dans les centres de recherche des grandes entreprises.

#### 3.1.2 Parcours “Mathématiques Avancées”

Ce parcours, plus abordable, intéressera les étudiants dont le but principal est de valider le Master, sans poursuivre en doctorat. Les cours proposés sont essentiellement les mêmes que pour le parcours “Recherche”, mais les règles de validation sont assouplies, et il est aussi possible de valider certains cours de M1 avancés. Ce parcours est bien adapté aux étudiants désirant préparer l'*agrégation*.

### 3.2 Débouchés professionnels

Le programme fournit une base solide aux futurs chercheurs et enseignants-chercheurs pour les universités et les centres de recherche ainsi que pour les futurs

enseignants. Certains étudiants continueront après le master un cursus de 3 ans d'études doctorales.

Une partie importante d'étudiants avec leurs diplômes du Master 2 pourront commencer ou avancer leurs carrières académiques ou dans le secteur des entreprises.

Notons que dans plusieurs grands pays comme l'Allemagne, le Royaume Uni ou les Etats-Unis, un master ou, mieux, une thèse de mathématiques est un gage suffisant de puissance et de créativité intellectuelles pour être recruté par une entreprise de haute technologie.

Les étudiants étrangers développeront des collaborations avec la France aussi bien en matière de recherche, d'enseignement que d'autres domaines. Certains d'eux travaillent déjà dans les universités ou les centres de recherche.

### 3.3 Organisation

Le cursus comprend des *cours*, une *UE d'ouverture* et un *mémoire*. Les règles de validation dépendent du parcours envisagé. Dans le parcours "Mathématiques Recherche", les étudiants sont libres de choisir les cours. Quatre cours (dont au plus deux introductifs) seront exigés ainsi qu'un mémoire de recherche. Le mémoire, dirigé par un enseignant-chercheur, introduit les étudiants aux sujets de recherche en cours de développement. Les étudiants sont tous suivis, guidés et encadrés par les responsables et les enseignants-chercheurs. Des séminaires seront organisés pour faciliter l'initiation des étudiants à la recherche.

Dans le parcours "Mathématiques Avancées", outre les cours du M2, il est possible, après accord des responsables, de valider certains cours du second semestre de M1, dont le niveau est intermédiaire entre M1 et M2. De plus, le sujet du mémoire pourra être plus adapté au projet de l'étudiant.

### 3.4 Publics visés, prérequis

Les étudiants ayant un diplôme de Master 1 de l'Université Pierre et Marie Curie ou l'équivalent auront les meilleures chances de réussite dans l'un des deux parcours du Master 2. Nous visons également les élèves des grandes écoles, les futurs agrégés et bien sûr les étudiants étrangers.

Les étudiants en thèse et les chercheurs débutants profiteront de ce programme pour élargir leur champ de connaissances.

Un nombre important de cours seront proposés pour l'enseignement à distance visant les étudiants en situation familiale ou professionnelle particulière.

### 3.5 Description des UE

Les cours suivis d'une \* seront proposés dans le parcours "Mathématiques Avancées".

**5MF11. Théorie algébrique des nombres\* (9 ECTS) (1er semestre)**



**Professeur :** PIERRE-HENRI CHAUDOUARD (P7)

mel : [pierre-henri.chaudouard@imj-prg.fr](mailto:pierre-henri.chaudouard@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est d'introduire des notions fondamentales en théorie algébrique des nombres.

**Prérequis :** Notions d'algèbre commutative (modules, anneaux principaux, de Dedekind), théorie de Galois. Quelques notions élémentaires d'analyse complexe et d'analyse de Fourier.

**Thèmes abordés :**

- Etude des corps locaux
- Corps globaux et leurs complétions
- Adèles et Idèles
- Théorie de Fourier sur les adèles
- Thèse de Tate

### 5MF31. Théorie de Lie et représentations I (9 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** DAVID HERNANDEZ (P7)

mel : [david.hernandez@imj-prg.fr](mailto:david.hernandez@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** La théorie des représentations, notamment des algèbres de Lie, est un sujet central en mathématiques qui a de nombreuses applications à d'autres branches des mathématiques (géométrie, théorie des nombres, combinatoire, topologie...) mais aussi en physique théorique (systèmes intégrables quantiques, théorie conforme des champs...).

Le but de ce cours est double : d'une part (cours I) donner une introduction aux concepts et outils classiques de la théorie de Lie, notamment en théorie des représentations, et d'autre part (cours II) étudier des généralisations (de dimension infinie et quantiques) ainsi que certaines de leurs applications importantes.

**Prérequis :** Connaissances requises : a priori aucune, si ce n'est l'algèbre linéaire standard.

**Thèmes abordés :**

- Algèbres de Lie : définition, notion de représentation, exemples classiques, motivations et lien avec les groupes de Lie.
- Catégories de représentations d'une algèbre de Lie, représentations irréductibles, représentations semi-simples. Représentation adjointe.
- Complète réductibilité pour les algèbres de Lie semi-simples (théorème de Weyl).
- Structure des algèbres de Lie semi-simples, présentation de Serre. Systèmes de racines, groupe de Weyl.
- Modules de plus haut poids, modules de Verma, modules simples, catégorie  $O$ .
- Structure tensorielle, morphisme de caractère, anneau de Grothendieck.

### 5MF25. Introduction à la géométrie algébrique\* (9 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** ILIA ITENBERG

mel : [ilia.itenberg@imj-prg.fr](mailto:ilia.itenberg@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est de présenter plusieurs notions et les premiers résultats de la géométrie algébrique en se basant sur beaucoup d'exemples.

Conçu dans l'optique de préparer aux cours "Algèbre homologique et cohomologie des faisceaux" (cours fondamental I) et "Introduction aux schémas et à leur cohomologie" (cours fondamental II), ce cours introductif s'adresse à tout étudiant intéressé par la géométrie et l'algèbre.

**Prérequis :** Une familiarité avec les définitions de base de l'algèbre commutative (anneaux, idéaux, modules...) pourra être utile.

**Thèmes abordés :**

- Courbes affines et courbes projectives.
- Généralités sur les variétés affines et les variétés projectives.
- Applications régulières et applications rationnelles.
- Points lisses et points singuliers, éclatements.
- Diviseurs et fibrés en droites.
- Surfaces algébriques.

**5MF61. Eléments d'analyse pour le master\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** NICOLAS LERNER

mel : [nicolas.lerner@imj-prg.fr](mailto:nicolas.lerner@imj-prg.fr)

url : <http://www.math.jussieu.fr/~lerner/index.m2intro.html>

**Objectifs de l'UE :**

Le cours commencera par une présentation détaillée de la transformation de Fourier des distributions tempérées, qui sera suivie par quelques applications comme la formule de Poisson et la méthode de la phase stationnaire. On abordera ensuite les estimations classiques pour la convolution, inégalité de Young, de Hardy-Littlewood-Sobolev. On démontrera ensuite l'inégalité de Gagliardo-Nirenberg et les théorèmes d'injection de Sobolev. Le cours se terminera par quelques résultats de base sur le calcul pseudodifférentiel, notamment des résultats de continuité  $H^s$  et l'inégalité de Gårding. Ce cours sera utile pour les étudiants souhaitant suivre les cours fondamentaux de S. Nonnemacher et F. Klopp.

**Prérequis :** Une bonne familiarité avec la mesure de Lebesgue et une connaissance sommaire de la transformation de Fourier pourront être utiles.

**Thèmes abordés :**

- Analyse de Fourier et applications
- Inégalités de Young, de Hardy-Littlewood-Sobolev
- Inégalité de Gagliardo-Nirenberg
- Théorèmes d'injection de Sobolev
- Calcul pseudodifférentiel

**5MF41. Introduction aux surfaces de Riemann\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** JULIEN MARCHÉ

mel : [julien.marche@imj-prg.fr](mailto:julien.marche@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** L'objectif de ce cours est de proposer une introduction aux divers aspects algébriques, analytiques et géométriques d'un des objets les plus riches et les plus importants des mathématiques, qui est la source de plusieurs domaines de la recherche contemporaine.

**Prérequis :** Analyse complexe de M1 et bases de topologie et de géométrie différentielle.

**Thèmes abordés :**

- Définition et exemples, courbes elliptiques, courbes algébriques, courbes associées aux fonctions holomorphes.
- Aspects topologiques, genre, triangulation, formule de Riemann-Hurwitz.
- Fibrés en droites, différentielles holomorphes et théorème de Riemann-Roch.
- Faisceaux, cohomologie de Dolbeaut, théorème d’Abel-Jacobi.

**5MF51. Géométrie différentielle et riemannienne\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** VINCENT MINERBE

mel : [vincent.minerbe@imj-prg.fr](mailto:vincent.minerbe@imj-prg.fr)

url : <http://www.math.jussieu.fr/~minerbe/>

**Objectifs de l’UE :** Il s’agira d’une introduction à la géométrie différentielle et riemannienne.

**Prérequis :** Il est souhaitable d’avoir suivi un cours de géométrie différentielle (niveau M1), même si des rappels seront faits.

**Thèmes abordés :**

- Variétés, champs de vecteurs, formes différentielles.
- Fibrés, connexions, courbure.
- Métriques riemanniennes, géodésiques, courbure riemannienne, liens entre courbure et géométrie/topologie.

**5MF59. Topologie différentielle 1 (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** ANTON ZORICH (P7)

mel : [anton.zorich@imj-prg.fr](mailto:anton.zorich@imj-prg.fr)

**Objectifs de l’UE :** Le but du cours est de faire une passerelle entre le cours de topologie algébrique de base en M1 (où traditionnellement on ne discute pas ou discute peu les variétés) et des cours spécialisés (où on considère les notions de topologie différentielle comme déjà acquises).

Ce cours peut compléter le cours parallèle de géométrie de V. Minerbe et le cours “Surfaces de Riemann” de J. Marché. Il peut servir d’une bonne préparation pour le cours “Topologie algébrique des variétés” de N. Bergeron et G. Ginot.

La deuxième partie de ce cours (surtout la théorie de Morse) peut être utile pour les cours spécialisés “Topologie des variétés de petite dimension” et “Homologie de Heegaard-Floer” de Christian Blanchet en deuxième semestre.

**Prérequis :** Il est souhaitable d’avoir suivi un cours de topologie algébrique et de géométrie différentielle de niveau M1.

**Thèmes abordés :**

- Transversalité. Variétés et sous-variétés lisses. L’indice d’intersection, degré d’application.
- Éléments d’homologie et de cohomologie. Cohomologie de de Rham. Complexes cellulaires, homologie cellulaire.
- Variétés de Grassmann et cellules de Schubert, notions de classes caractéristiques.

**5MF52. Topologie algébrique des variétés\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** NICOLAS BERGERON ET GREGORY GINOT

mel : [nicolas.bergeron@imj-prg.fr](mailto:nicolas.bergeron@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** La topologie algébrique fait un pont entre la géométrie et l'algèbre. Dans ce cours nous nous concentrerons sur l'étude des variétés différentielles. Le but est de classer, à difféomorphisme près, les variétés différentielles en leur associant des invariants de nature algébrique (nombres entiers, groupes, anneaux, ...).

Les idées et images issues de la topologie algébrique irriguent l'ensemble des mathématiques modernes. Le but de ce cours est de les exposer dans leur cadre originel en suivant le plan général proposé, il y a près de 130 ans, par Poincaré dans ses mémoires fondateurs sur l'“Analysis Situs”. La présentation, le style, les démonstrations et les méthodes employées seront par contre celles du 21ème siècle.

**Prérequis :** Connaissances de topologie générale et géométrie différentielle de maîtrise. Cela pourra aider d'avoir suivi les cours introductifs de géométrie différentielle et/ou surfaces de Riemann. Il y a par ailleurs un cours introductif à Paris 7 sur le même sujet mais avec un point de vue différent.

**Thèmes abordés :**

- Variétés, homotopie des applications et homotopie entre espaces, rétraction (par déformation), contractibilité, revêtements.
- Notion abstraite de théorie homologique des variétés. Calculs et applications d'une telle théorie.
- Construction d'une théorie homologique. Complexes simpliciaux et polyèdres. Triangulation des variétés. Homologie simpliciale. Formule d'Euler-Poincaré. Homologie Singulière.
- Intersection, dualité de Poincaré et cohomologie.
- Théorème de de Rham PL, cup-produit.
- Groupe fondamental, lien avec l'homologie.

**5MF42. Géométrie complexe et théorie de Hodge\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** LAURENT CHARLES

mel : [laurent.charles@imj-prg.fr](mailto:laurent.charles@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est une introduction à la géométrie complexe, c'est-à-dire l'étude des variétés localement isomorphes à un ouvert de  $\mathbb{C}^n$ . La théorie de Hodge est un outil puissant qui permet de comprendre la topologie de ces variétés. On s'intéressera en particulier aux variétés kähleriennes compactes, qui forment une classe large et importante de variétés complexes.

**Prérequis :** Surfaces de Riemann, géométrie différentielle (entre autres cohomologie de de Rham).

**Thèmes abordés :**

- Variétés complexes, cohomologie de Dolbeault
- Fibrés holomorphes, connexion de Chern
- Laplacien et théorie de Hodge
- Variétés kähleriennes et décomposition de Hodge

- Théorème d’annulation et plongement de Kodaira.

**5MF32. Théorie de Lie et représentations II (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** DAVID HERNANDEZ (P7)

mel : [david.hernandez@imj-prg.fr](mailto:david.hernandez@imj-prg.fr)

**Objectifs de l’UE :** La théorie des représentations, notamment des algèbres de Lie, est un sujet central en mathématiques qui a de nombreuses applications à d’autres branches des mathématiques (géométrie, théorie des nombres, combinatoire, topologie...) mais aussi en physique théorique (systèmes intégrables quantiques, théorie conforme des champs...).

Le but de ce cours est double : d’une part (cours I) donner une introduction aux concepts et outils classiques de la théorie de Lie, notamment en théorie des représentations, et d’autre part (cours II) étudier des généralisations (de dimension infinie et quantiques) ainsi que certaines de leurs applications importantes.

**Prérequis :** Cours Théorie de Lie et représentations I

**Thèmes abordés :**

- Structure des algèbres de Kac-Moody symétrisables.
- Catégorie des représentations intégrables dans la catégorie  $\mathcal{O}$ .
- Algèbres de lacets et extensions. Isomorphisme entre les présentations des algèbres affines.
- Catégorie des représentations de dimension finie. Représentations d’évaluation. Paramétrisation des représentations simples par les polynômes de Drinfeld.
- Groupes quantiques, équation de Yang-Baxter quantique et R-matrice universelle.
- Anneau de Grothendieck et  $q$ -caractères, matrices de transfert, spectre quantique et systèmes intégrables quantiques.

**5MF12. Courbes elliptiques (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** MARC HINDRY (P7)

mel : [marc.hindry@imj-prg.fr](mailto:marc.hindry@imj-prg.fr)

**Objectifs de l’UE :** Le but du cours est de présenter les bases de la théorie des courbes elliptiques, principalement du point de vue de la géométrie et de l’arithmétique. On démontrera notamment les deux principaux théorèmes diophantiens classiques de Siegel (finitude des points entiers) et Mordell-Weil (génération finie du groupe des points rationnels) et on abordera quelques outils utilisés notamment dans les travaux de Wiles : courbes modulaires et représentations galoisiennes.

**Prérequis :** Les prérequis sont minimaux, essentiellement un peu de théorie algébrique des nombres et un cours d’introduction à la géométrie algébrique (vocabulaire et théorème de Riemann-Roch sur les courbes).

**Thèmes abordés :**

- Fonctions elliptiques
- Loi de groupe algébrique sur une courbe elliptique
- Théorèmes de Mordell-Weil (points rationnels) et Siegel (points entiers)
- Hauteur de Néron-Tate
- Fonction L d’une courbe elliptique
- Conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer

**5MF72. Systèmes dynamiques I\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** PATRICE LE CALVEZ

mel : [patrice.le-calvez@imj-prg.fr](mailto:patrice.le-calvez@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Introduire les notions de base ainsi que les exemples classiques des systèmes dynamiques.

**Prérequis :** Topologie, théorie de la mesure, analyse réelle.

**Thèmes abordés :**

- Dynamique topologique
- Introduction à la théorie ergodique, théorèmes ergodiques (Von Neumann, Birkhoff)
- Théorie spectrale
- Homéomorphismes du cercle (nombre de rotation de Poincaré, théorème de Denjoy)
- Entropie métrique

**5MF21. Algèbre homologique et cohomologie des faisceaux\* (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** FRANÇOIS LOESER

mel : [Francois.Lo eser@imj-prg.fr](mailto:Francois.Lo eser@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le point de vue catégorique, l'algèbre homologique ainsi que les faisceaux et leur cohomologie sont des outils de base dans tous les domaines relevant de l'algèbre ou de la topologie. L'objet de ce cours est d'en présenter les bases en gardant en vue les applications potentielles.

**Prérequis :**

**Thèmes abordés :**

- Le langage des catégories. Foncteurs adjoints. Limites et colimites.
- Catégories abéliennes. Objets injectifs et projectifs. Foncteurs dérivés.
- Faisceaux et cohomologie.

**5MF62. Introduction à l'analyse semiclassique (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** STÉPHANE NONNENMACHER

mel : [stephane.nonnenmacher@cea.fr](mailto:stephane.nonnenmacher@cea.fr)

**Objectifs de l'UE :** En mécanique quantique, l'état d'une particule à l'instant  $t$  est décrit par une fonction d'onde  $u(x, t)$  sur  $\mathbb{R}^d$ ; son évolution temporelle est gouvernée par l'équation de Schrödinger, de la forme

$$i\hbar\partial_t u(t) = P(\hbar)u(t),$$

où  $P(\hbar)$  est habituellement un opérateur différentiel d'ordre 2, typiquement  $P(\hbar) = -\frac{\hbar^2\Delta}{2m} + V(x)$ , avec  $m$  la masse de la particule, et  $V(x)$  le potentiel dans lequel elle évolue. Cette équation dépend explicitement de  $\hbar$ , une constante physique appelée *constante de Planck*, qui est microscopique ( $\hbar \approx 10^{-34}$  dans le système d'unités international).

L'*analyse semiclassique* a pour objet d'analyser cette équation, et donc l'opérateur  $P(\hbar)$ , dans le régime asymptotique où  $\hbar \ll 1$ . Cette limite est hautement singulière, puisque  $\hbar$  précède les termes dérivatifs de plus haut degré. L'analyse

semiclassique parvient à contourner cette singularité, et à faire le lien entre cette EDP et la mécanique classique d'une particule ponctuelle, qui est gouvernée par les équations de Newton (ou de Hamilton).

Précisément, on montrera comment relier les propriétés qualitatives et quantitatives du spectre de l'opérateur  $P(\hbar)$ , dans cette limite  $\hbar \rightarrow +0$ , aux propriétés du flot Hamiltonien correspondant.

On se concentrera sur des situations où  $P(\hbar)$  est essentiellement auto-adjoint, et a un spectre purement discret. Nos méthodes permettent alors d'étudier la densité spectrale, ainsi que les propriétés de localisation des modes propres, à la fois dans l'espace et dans l'espace de Fourier.

**Prérequis :** Analyse réelle, théorie des distributions, analyse fonctionnelle.

**Thèmes abordés :**

- Structure symplectique, espace des phases et mécanique Hamiltonienne.
- Equation de Schrödinger dépendante du temps / indépendante du temps.
- Quantification de Weyl. Opérateurs et calcul pseudodifférentiels. Principe d'incertitude de Heisenberg.
- Correspondance classique - quantique. Théorème de Egorov.
- Comptage de valeurs propres : loi de Weyl semiclassical.
- Localisation des modes propres dans l'espace des phases.

### 5MF56. Topologie différentielle 2 (9 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** ANTON ZORICH (P7)

mel : [anton.zorich@imj-prg.fr](mailto:anton.zorich@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est de faire une passerelle entre le cours de topologie algébrique de base en M1 (où traditionnellement on ne discute pas ou discute peu les variétés) et des cours spécialisés (où on considère les notions de topologie différentielle comme déjà acquises).

C'est la deuxième partie du cours. Elle peut être utile pour les cours spécialisés "Topologie des variétés de petite dimension" et "Homologie de Heegaard-Floer" de Christian Blanchet en deuxième semestre. Ce cours peut servir d'un cours complémentaire pour la "Topologie algébrique des variétés" de N. Bergeron et G. Ginot.

**Prérequis :** Il est souhaitable d'avoir suivi un cours de topologie algébrique et de géométrie différentielle de niveau M1 et/ou le cours "Topologie différentielle 1".

**Thèmes abordés :**

- Théorie de Morse
- Les notions de feuilletages et de systèmes dynamiques lisses

### 5MF57. Topologie des variétés de petite dimension (9 ECTS) (2nd semestre)

**Professeur :** CHRISTIAN BLANCHET (P7)

mel : [christian.blanchet@imj-prg.fr](mailto:christian.blanchet@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~christian.blanchet/enseignement/>

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est d'introduire l'étude topologique des variétés de dimension 3 et 4 et de leurs invariants, notamment les invariants quantiques en dimension 3.



**Prérequis :** Topologie algébrique : homologie. Notions de base sur les variétés différentielles.

**Thèmes abordés :**

- Construction de variétés de dimension 3 et 4.
- Théorie classique des noeuds et entrelacs, construction d'invariants.
- Présentations des variétés de dimension 3, construction d'invariants.
- Cobordisme, TQFT.
- Présentations des variétés de dimension 4, calcul des invariants classiques.

**5MF17. Géométrie d'Arakelov birationnelle I (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** HUAYI CHEN (P7)

mel : [huayi.chen@ujf-grenoble.fr](mailto:huayi.chen@ujf-grenoble.fr)

url : [https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~huayi/Enseignements/ParisVII/2015\\_2016/2015\\_2016.html](https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~huayi/Enseignements/ParisVII/2015_2016/2015_2016.html)

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est de présenter des notions de base de la géométrie d'Arakelov et des avancements récents dans l'étude des invariants arithmétiques birationnels. La géométrie d'Arakelov est une théorie de la géométrie arithmétique, qui relie naturellement plusieurs domaines mathématiques, comme géométrie algébrique, théorie des nombres, géométrie analytique etc, où divers outils mathématiques interviennent activement.

La première partie du cours porte sur la base de la géométrie d'Arakelov, mais présentée dans un langage plus moderne, notamment celui des courbes adéliques. Ce point de vue permet non-seulement de traiter toutes les places d'un corps de nombres d'une manière équitable, mais encore d'unifier l'étude de la géométrie arithmétique relativement à différentes situations : corps de nombres, corps de fonctions, corps avec la valuation triviale, variété (arithmétique) polarisée etc. Certains outils de la géométrie algébrique utilisés dans la présentation de cette théorie seront aussi abordés.

**Prérequis :** cours de géométrie algébrique et de théorie des nombres

**Thèmes abordés :**

- diviseur, fibré vectoriel, positivité (amplitude, effectivité numérique etc.), variétés projectives
- cycles algébriques dans une variété, intersection d'un cycle avec un diviseur de Cartier
- courbes arithmétiques, géométrie des nombres
- courbe adélique, fibrés vectoriels adéliques et leur géométrie
- variété arithmétique sur une courbe adélique, diviseurs adéliques
- intersection de diviseurs adéliques, théorème de Hilbert-Samuel arithmétique

**5MF13. Formes modulaires et leurs propriétés arithmétiques\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** JEAN-FRANÇOIS DAT

mel : [jean-francois.dat@imj-prg.fr](mailto:jean-francois.dat@imj-prg.fr)

url : <http://www.math.jussieu.fr/~dat/enseignement/enseignement.php>

**Objectifs de l'UE :**



Les formes modulaires sont des fonctions méromorphes sur le demi-plan de Poincaré satisfaisant une propriété d'invariance pour l'action d'un sous-groupe convenable  $\Gamma$  de  $SL_2(\mathbb{Z})$ . Malgré une définition d'apparence analytique-complexe, ces fonctions recèlent des propriétés arithmétiques remarquables, encodées dans leurs coefficients de Fourier.

La forte cohérence de ces coefficients de Fourier se lit déjà sur la série génératrice de Dirichlet qui leur est associée. On peut en effet montrer que, pour une forme modulaire "primitive", cette série converge sur un demiplan  $Re(s) \gg 0$  et admet un prolongement méromorphe et une certaine équation fonctionnelle. Ces propriétés rappellent étrangement celles de la fonction  $\zeta$  de Riemann par exemple, ou plus généralement des fonctions  $L$  de corps de nombres, et plus généralement encore, celles des fonctions  $L$  associées aux représentations complexes du groupe de Galois d'un corps de nombres Galoisien sur  $\mathbb{Q}$ .

Cette ressemblance n'est pas fortuite. Shimura et Deligne ont en effet montré l'existence, pour toute forme modulaire "primitive"  $f$ , d'une unique représentation Galoisienne  $\ell$ -adique de dimension 2 du groupe de Galois absolu de  $\mathbb{Q}$  telle que pour presque tout nombre premier  $p$ , la trace d'une substitution de Frobenius en  $p$  soit exactement le  $p$ -ème coefficient de Fourier de  $f$ .

Le cours se propose d'expliquer ce résultat dans le cas le plus simple. Le point sera d'interpréter une forme modulaire comme une section d'un certain fibré en droite sur une certaine "courbe modulaire", laquelle paramètre les courbes elliptiques munies de certaines "structures supplémentaires".

**Prérequis :** Surfaces de Riemann. Courbes elliptiques. Théorie des Nombres. Une lecture préalable de ce qu'est la Jacobienne d'une surface de Riemann pourrait aider.

**Thèmes abordés :**

- Formes modulaires. Définition, exemples.
- Courbes modulaires comme surfaces de Riemann. Interprétation géométrique d'une forme modulaire.
- Opérateurs de Hecke, formes propres et coefficients de Fourier.
- fonction  $L$  d'une forme modulaire primitive.
- Algébrisation des courbes modulaires.
- Relation de congruence d'Eichler-Shimura.

**5MF53. Introduction à la géométrie hyperbolique\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** ELISHA FALBEL

mel : [elisha.falbel@imj-prg.fr](mailto:elisha.falbel@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est une introduction à la géométrie hyperbolique. On présentera des théorèmes fondamentaux de la théorie en dimension 2 et en dimension 3.

**Prérequis :**

**Thèmes abordés :**

- Surfaces hyperboliques
- Espaces de Teichmüller
- Théorème de Mostow

- Dimension 3 - chirurgie de Dehn

**5MF67. Théorie spectrale des opérateurs aléatoires\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** FRÉDÉRIC KLOPP

mel : [frederic.klopp@imj-prg.fr](mailto:frederic.klopp@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Ce cours se veut une présentation de résultats récents sur la théorie spectrale des opérateurs aléatoires dans le régime localisé par le biais du modèle le plus simple, le modèle d'Anderson.

Introduits en physique de la matière condensée dans les années 50, les opérateurs aléatoires modélisent la propagation des électrons dans un milieu désordonné. L'hypothèse stochastique se justifie par la présence homogène d'impuretés dont seules sont connues des caractéristiques macroscopiques comme la densité.

Le caractère aléatoire et homogène du potentiel confère aux opérateurs aléatoires de nombreuses propriétés intéressantes, en particulier, une propriété d'ergodicité qui assure que, de nombreux points de vue, la famille d'opérateur se comporte comme un opérateur unique. Cette liberté est alors exploitée pour l'étude de ces opérateurs.

L'une des caractéristiques de ces modèles est la présence d'un régime localisé i.e. d'intervalles dans le spectre qui ne sont constitués que de spectre ponctuel et tel que les fonctions propres associées aux valeurs propres dans ces intervalles sont à décroissance exponentielle.

L'analyse des opérateurs aléatoires se situe aux confins de plusieurs domaines des mathématiques, la théorie spectrale et celle des probabilités mais aussi de l'analyse harmonique et de la théorie des équations aux dérivées partielles.

**Prérequis :** Analyse réelle et complexe ; analyse fonctionnelle.

**Thèmes abordés :**

- L'ergodicité et ses conséquences. La densité d'états intégrée.
- Estimée de Wegner.
- Le régime localisé. La méthode des moments fractionnaires.

**5MF73. Introduction à la dynamique hyperbolique\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** FRÉDÉRIC LE ROUX

mel : [frederic.le-roux@imj-prg.fr](mailto:frederic.le-roux@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est de présenter une introduction à la théorie des systèmes dynamiques (uniformément) hyperboliques à partir d'exemples simples, dans le cas à temps discret ou temps continu. Nous étudierons en particulier les perturbations des automorphismes hyperboliques du tore et illustrerons sur cet exemple les notions fondamentales de variétés stable/instable et de stabilité structurelle. Puis nous aborderons l'étude des propriétés ergodiques des flots géodésique et horocyclique sur les surfaces hyperboliques (quotients hyperboliques du demi-plan de Poincaré).

**Prérequis :** Cours Math Fondamental Systèmes Dynamique 1.

**Thèmes abordés :**

- Rappels de théorie ergodique et de théorie spectrale des systèmes dynamiques.

- L’application d’Arnold sur le tore  $\mathbb{T}^2$ . Directions stable/instable, argument de Hopf, ergodicité, mélange. Partitions de Markov.
- Perturbations des automorphismes hyperboliques du tore : notion de variétés stable/instable. Théorème de la variété stable. Stabilité structurelle.
- Le demi-plan de Poincaré, géométrie hyperboliques,  $SL(2, \mathbb{R})$ , quotient, surfaces hyperboliques.
- Flot géodésique, horocyclique, identification des variétés stable/instable. Ergodicité du flot géodésique, mélange.
- Unique ergodicité du flot horocyclique (surfaces compactes), mélange.

**5MF22. Introduction aux schémas et à leur cohomologie\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** FRANÇOIS LOESER

mel : [Francois.Loesper@imj-prg.fr](mailto:Francois.Loesper@imj-prg.fr)

**Objectifs de l’UE :** Ce premier cours de théorie des schémas mettra l’accent sur le point de vue cohomologique.

**Prérequis :** Le cours introductif de I. Itenberg. Le cours fondamental 1 Algèbre homologique et cohomologie des faisceaux.

**Thèmes abordés :**

- ”Rappels” d’algèbre commutative incluant le théorème des zéros de Hilbert, le lemme de normalisation de Noether et le théorème de l’idéal principal de Krull
- Schémas : définitions de base et exemples
- Les faisceaux cohérents et leur cohomologie. Caractérisation cohomologique des schémas affines. Faisceaux amples et finitude de la cohomologie dans le cas projectif.
- Dualité de Serre et applications.

**5MF33. Groupes réductifs et représentations\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** PATRICK POLO

mel : [patrick.polo@imj-prg.fr](mailto:patrick.polo@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~patrick.polo/>

**Objectifs de l’UE :** Le but du cours est de donner un aperçu de la classification des groupes réductifs déployés sur un corps  $k$  et de leurs représentations irréductibles. On commencera par les systèmes de racines et leur groupe de Weyl. Puis, après des généralités sur les groupes algébriques sur un corps, on introduira les groupes diagonalisables puis les groupes réductifs déployés et leur donnée radicielle, en admettant les théorèmes de conjugaison. On donnera ensuite la classification des représentations irréductibles en termes des poids dominants.

**Prérequis :** Le cours fondamental I de F. Loeser et, si possible, son cours fondamental II.

**Thèmes abordés :**

- Systèmes de racines, groupes de Weyl, données radicielles.
- Groupes algébriques sur un corps  $k$  et morphismes.
- Groupes diagonalisables et caractères. Tores déployés.
- Groupes réductifs déployés et leur donnée radicielle.

- Poids dominants et représentations irréductibles.

### 5MF74. Dynamiques et spectres (9ECTS) (2nd semestre)

**Professeur :** VIVIANE BALADI

mel : [viviane.baladi@ens.fr](mailto:viviane.baladi@ens.fr)

**Objectifs de l'UE :** Le spectre des opérateurs de transfert de Ruelle-Perron-Frobenius est utilisé depuis plus de 40 ans pour comprendre certaines propriétés ergodiques des dynamiques chaotiques. Depuis une dizaine d'années, la puissance de cet outil a été démultipliée par l'introduction de "bons" espaces sur lesquels faire agir ces opérateurs. Ceci a permis de débloquent des problèmes en attente depuis des décennies (p. ex. conjecture de Smale sur la fonction zêta dynamique [Giulietti-Liverani-Pollicott]). Récemment, des méthodes semi-classiques ont permis d'obtenir des résultats très intéressants dans le cadre lisse (par exemple pour des flots géodésiques en courbure variable [Gouezel]). Dans ce cours, qui donnera une ouverture sur de nombreux sujets de recherche actuels, nous aborderons des constructions plus pédestres, dont la flexibilité permet d'obtenir des résultats fins en basse régularité, voire en présence de singularités.

**Prérequis :** Eléments de théorie ergodique et dynamique (p. ex. cours Math. Fondamental de P. Le Calvez). Des notions de dynamique hyperbolique (p. ex cours de F. Le Roux) seraient utiles. Bases d'analyse fonctionnelle (des rappels seront faits).

#### Thèmes abordés :

- L'opérateur de transfert pour le modèle-jouet de la dynamique dilatante ou dilatante par morceaux. (Espaces de Banach ou de Hilbert de fonctions.)
- Conséquences des propriétés spectrales (vitesse de mélange, fonctions zêta, théorèmes limites, stabilité stochastique, réponse linéaire...).
- L'opérateur de transfert des dynamiques hyperboliques différentiables. (Espaces de Banach ou de Hilbert de distributions anisotropes.)
- Si le temps le permet : quelques mots sur les dynamiques hyperboliques ou dilatantes à temps continu.

### 5MF58. (9 ECTS) (2nd semestre)

**Professeur :** CHRISTIAN BLANCHET (P7)

mel : [christian.blanchet@imj-prg.fr](mailto:christian.blanchet@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~christian.blanchet/enseignement/>

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est de construire l'homologie de Heegaard-Floer des variétés de dimension 3, d'établir ses propriétés de chirurgie et de présenter quelques calculs et applications.

**Prérequis :** Topologie algébrique : homologie. Topologie différentielle, théorie de Morse. Variétés, description en dimension 3 et 4, diagrammes de Heegaard, chirurgie.

#### Thèmes abordés :

- Diagrammes en grilles et homologie de Heegaard-Floer combinatoire
- Topologie des espaces symétriques
- Définitions des complexes de Heegaard-Floer
- Triangles holomorphes
- Homologie de Heegaard-Floer des noeuds

**5MF18. Géométrie d'Arakelov birationnelle II\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** HUAYI CHEN (P7)

mel : [huayi.chen@ujf-grenoble.fr](mailto:huayi.chen@ujf-grenoble.fr)

url : [https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~huayi/Enseignements/ParisVII/2015\\_2016/2015\\_2016.html](https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~huayi/Enseignements/ParisVII/2015_2016/2015_2016.html)

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est de présenter des notions de base de la géométrie d'Arakelov et des avancements récents dans l'étude des invariants arithmétiques birationnels. La géométrie d'Arakelov est une théorie de la géométrie arithmétique, qui relie naturellement plusieurs domaines mathématiques, comme géométrie algébrique, théorie des nombres, géométrie analytique etc, où divers outils mathématiques interviennent activement.

La deuxième partie du cours porte sur des résultats récents dans la géométrie d'Arakelov birationnelle, en mettant un accent sur ses liens avec la géométrie convexe et l'approche probabiliste. Selon l'avancement du cours et la préférence des auditeurs, on traitera l'ensemble ou une partie des sujets suivants.

**Prérequis :** cours de géométrie algébrique et de théorie des nombres

**Thèmes abordés :**

- fonction volume d'un diviseur adéliques, positivité arithmétique (amplitude, grosseur etc.)
- variétés toriques sur une courbe adélique, diviseurs adéliques toriques, hauteur
- corps d'Okounkov et son variant arithmétique, théorèmes de limite en géométrie d'Arakelov
- décomposition de Zariski et approximation de Fujita d'un diviseur adélique
- convexité des invariants arithmétiques, inégalités de Brunn-Minkowski et isopérimétrique
- diverses applications

**5MF28. Courbes spin, factorisations matricielles et symétrie miroir (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** ALESSANDRO CHIDO

mel : [alessandro.chiodo@imj-prg.fr](mailto:alessandro.chiodo@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Nous commencerons par des exemples explicites d'un phénomène qui à un premier abord semble non relié aux courbes spin : des couples  $(X, Y)$  de variétés de Calabi-Yau de dimension trois qui sont duales au sens de la symétrie miroir :  $h^{p,q}(X; C) = h^{3-p,q}(Y; C)$ . Nous formulerons un énoncé plus général et une preuve qui permettra de présenter une approche (Fan-Jarvis-Ruan, Polishchuk-Vaintrob) de la cohomologie quantique des variétés de Calabi-Yau par le biais des courbes  $r$ -spin. Ces dernières sont des courbes algébriques munies d'un fibré  $L$  dont la  $r$ -ième puissance est isomorphe au fibré canonique. La géométrie de leurs espaces de modules est encore largement inexplorée et des techniques récentes donnent accès à des nouveaux problèmes ouverts. Nous nous concentrerons sur une construction en termes de factorisations matricielles, elle est due à Polishchuk et Vaintrob et elle a récemment permis des nouveaux approches au problème du calcul des nombres d'intersection virtuels en cohomologie quantique.

**Prérequis :**

**Thèmes abordés :**

- Espaces des modules des courbes stables
- Cohomologie quantique
- Factorisations matricielles
- Symétrie miroir

**5MF68. Statistiques spectrales des opérateurs aléatoires (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** FRÉDÉRIC KLOPP

mel : [frederic.klopp@imj-prg.fr](mailto:frederic.klopp@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** Ce cours se veut une présentation de résultats récents sur les statistiques spectrales des opérateurs aléatoires dans le régime localisé par le biais du modèle le plus simple, le modèle d'Anderson.

L'une des caractéristiques de ce modèle est la présence d'un régime localisé i.e. d'intervalles dans le spectre qui ne sont constitués que de spectre ponctuel et tel que les fonctions propres associées aux valeurs propres dans ces intervalles sont à décroissance exponentielle. Le cours propose d'explorer les caractéristiques statistiques de ces valeurs propres et des vecteurs propres associés.

**Prérequis :** Cours fondamental 2 : théorie spectrale des opérateurs aléatoires.

**Thèmes abordés :**

- Le régime localisé. Centres de localisation.
- Estimée de Minami. Estimées de décorrélation.
- Statistiques spectrales locales. Statistiques des espacements

**5MF35. Théorie géométrique des invariants (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** JULIEN MARCHÉ

mel : [julien.marche@imj-prg.fr](mailto:julien.marche@imj-prg.fr)

**Objectifs de l'UE :** La théorie géométrique des invariants trouve ses racines dans les travaux des géomètres du 19ème siècle. Elle est aujourd'hui un outil fondamental pour construire des espaces de modules en géométrie algébrique. Ce cours présentera la théorie générale du point de vue de Mumford en mettant l'accent sur des exemples concrets tels que l'espace de modules de courbes elliptiques et les variétés de caractères.

**Prérequis :** Géométrie complexe et/ou algébrique

**Thèmes abordés :**

- Quotients de variétés algébriques
- Notion de (semi-)stabilité
- Critère de Hilbert-Mumford
- Exemples provenant de la géométrie algébrique, comme l'espace des modules des courbes elliptiques
- Théorème de Kempf-Ness

**5MF34. Introduction aux schémas en groupes\* (9 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** PATRICK POLO

mel : [patrick.polo@imj-prg.fr](mailto:patrick.polo@imj-prg.fr)

url : <http://webusers.imj-prg.fr/~patrick.polo/>

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est d'introduire à la théorie des schémas en groupes (de type fini) sur un corps. Par rapport à la théorie classique présentée dans les livres de Borel ou Springer, on s'autorise à considérer des schémas en groupes non réduits, comme le groupe des racines  $p$ -ièmes de l'unité sur un corps de caractéristique  $p$ . Cette flexibilité permet de simplifier certains aspects de la théorie, notamment la discussion des questions de séparabilité. On insistera aussi sur la définition de certains schémas en groupes (ou quotients) en termes des foncteurs qu'ils représentent.

**Prérequis :** Mon cours fondamental II (et, si possible, celui de F. Loeser).

**Thèmes abordés :**

- Foncteurs représentables et lemme de Yoneda.
- Schémas en groupes sur un corps.
- Construction des quotients  $G/H$ .
- Applications : démonstration des thm. de conjugaison des tores maximaux et sous-groupes de Borel.
- Si le temps le permet : schémas en groupes réductifs déployés sur  $\mathbb{Z}$ .
- ou bien, au contraire, un aperçu du cas non déployé : groupes semi-simples sur  $\mathbb{R}$ .

### 5MF18. Formes modulaires $p$ -adiques (9 ECTS) (2nd semestre)

**Professeur :** BENJAMIN SCHRAEN

mel : [benjamin.schraen@math.cnrs.fr](mailto:benjamin.schraen@math.cnrs.fr)

**Objectifs de l'UE :** Il existe de curieuses congruences entre les coefficients des formes modulaires. Une explication à ce phénomène est l'existence de familles  $p$ -adiques de formes modulaires. L'objectif du cours est de présenter la notion de forme modulaire  $p$ -adique et quelques-unes de ses applications arithmétiques.

**Prérequis :** Cours "Formes modulaires et leurs propriétés arithmétiques". Familiarités avec la théorie des schémas.

**Thèmes abordés :**

- Formes modulaires  $p$ -adique et modulo  $p$ .
- Courbes modulaires.
- Familles  $p$ -adiques.
- Représentations galoisiennes.
- Déformations de représentations galoisiennes, anneaux de déformation.
- Quelques cas particuliers de modularité.

## 3.6 Responsables et site

Les responsables de la spécialité sont ELISHA FALBEL et ILIA ITENBERG. Les informations complètes, régulièrement mises à jour, seront disponibles sur les pages web :

<http://www.master.math.upmc.fr/mathfond/>

Sécrtariat : Mme LAURENCE DREYFUSS

Campus de Jussieu  
(premier étage, couloir 15-25, bureau 1.09)  
4 place Jussieu, 75005 Paris  
Tél & Fax : 01 44 27 85 45  
Mél : [master.math.fond@upmc.fr](mailto:master.math.fond@upmc.fr)



# Chapitre 4

## Master 2, Spécialité Probabilités et modèles aléatoires

### 4.1 Objectifs et descriptions

L'objectif de la spécialité "Probabilités et Modèles Aléatoires" de la seconde année du Master de l'UPMC, est de délivrer une formation de haut niveau en probabilités théoriques et appliquées.

A partir de l'année 2015-2016, nous proposons **deux orientations** aux étudiants en fonction des cours suivis et du sujet de mémoire ou de stage choisi : l'une plus centrée sur la

- *Théorie des Processus Stochastiques*,  
l'autre sur les
- *Probabilités Appliquées*.

La première orientation prépare les étudiants à une carrière de chercheur (ou enseignant-chercheur) en milieu académique, l'autre à une carrière en milieu industriel, en passant par des stages et des thèses CIFRE.

### 4.2 Débouchés professionnels

L'objectif principal de cette spécialité est de préparer à une carrière de recherche dans les domaines des probabilités théoriques ou appliquées, et en partie de la statistique mathématique. Une bonne proportion des étudiants devrait s'orienter vers la préparation d'une thèse ; un autre débouché naturel est la professionnalisation en milieu industriel.

### 4.3 Organisation

Cette formation se fait en co-habilitation l'École Normale Supérieure - Ulm.

Après un cours préliminaire de 2 semaines de remise à niveau, Au **premier semestre** les étudiants qui ont choisi l'orientation "Processus stochastiques" suivent les cours

- "Processus de Markov et Applications" (9ECTS)

- "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions" (9ECTS)
- "Théorèmes Limites pour des Processus Stochastiques" (6ECTS)
- et un cours au choix parmi deux cours "Nuages Poissoniens, Processus de Levy et Excursions" (6 ECTS), ou "Statistique et Apprentissage" (6 ECTS).

Au **premier semestre** les étudiants qui ont choisi l'orientation "*Probabilités Appliquées*" suivent les cours

- "Modèles Markoviens sur des espaces discrets" (6ECTS),
- "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions" (9ECTS),
- "Probabilités numériques et Méthodes de Monte Carlo" (9ECTS),
- "Statistique et Apprentissage" (6 ECTS).

Ces cours du premier semestre présentent les aspects fondamentaux du domaine ; ils forment la base sur laquelle s'appuient les cours spécialisés. Au 2ème semestre les étudiants valident deux (ou plus s'ils souhaitent) cours spécialisés de la liste suivante :

- "Probabilités, Matrices Aléatoires et Théorie Ergodique(6ECTS)",
- "Probabilités, Graphes Aléatoires et Physique(6ECTS)",
- "Probabilités Numériques et Informatique(6ECTS)"
- "Méthodes Stochastiques II(6ECTS)"
- "Probabilités, Neurosciences et Biologie Evolutive(6ECTS)"
- "Probabilités et Sciences Médicales(6 ECTS)"

Ces cours présentent plusieurs domaines à la pointe de la recherche en Probabilités Théoriques et Appliquées. Le contenu de chacun des cours de cette année est décrit dans la brochure.

Les cours du second semestre conduisent les étudiants à une première confrontation avec la recherche sous la forme d'un mémoire(18ECTS) ou d'un stage(18ECTS). **Le mémoire** consiste en général en la lecture approfondie d'un ou plusieurs articles de recherches récents, sous la direction d'un membre du Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires ou d'un enseignant de la spécialité. Il doit être rédigé en Latex et soutenu devant un jury.

Le mémoire peut-être remplacé par un rapport de stage. **Le stage** s'effectue dans un organisme de recherche ou un bureau d'études, sous la direction conjointe d'un ingénieur de l'organisme d'accueil et d'un enseignant de la spécialité.

## 4.4 Publics visés, prérequis

Cette spécialité s'adresse à des types très variés d'étudiants, en fonction de l'orientation choisie : l'orientation vers la *théorie des processus stochastiques* est plutôt destinée à des étudiants ayant une très solide formation mathématique se dirigeant vers la recherche académique. L'orientation vers les *Probabilités appliquées* est aussi destinée pour étudiants plus intéressés par les applications en milieu industriel. Elle est largement ouverte aux élèves ayant une formation plus générale de type ingénieur (sous réserve de prérequis suffisant en mathématiques et en calcul de probabilités en particulier.)

## 4.5 Description des UE

### UE préliminaires

**5MA00 Espérance conditionnelle et martingales (0 ECTS)** (cours préliminaire intensif de deux semaines au 1er semestre)

**Professeur :** Philippe Bougerol

mel : Philippe.Bougerol@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~bougerol/>

**Objectifs de l'UE :** Compléter et consolider un prérequis de connaissances en Calcul de Probabilités indispensable pour suivre les cours de cette spécialité.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base.

**Thèmes abordés :** Rappels de théorie de la mesure et de l'intégration, de différents modes de convergence en Calcul de Probabilités. Espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

### UE fondamentales, l'orientation "Processus Stochastiques"

**5MA03 Processus de Markov et Applications (9 ECTS)** (1er semestre)

**Professeur :** Irina Kourkova, Thomas Duquesne

mel : Irina.Kourkova@upmc.fr, Thomas.Duquesne@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/kourkova/>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~duquesne/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter la théorie des processus de Markov, faire maîtriser les techniques indispensables pour leur analyse, apprendre des exemples fondamentaux.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

**Thèmes abordés :** Chaines de Markov, récurrence et transience, mesure invariante. Processus de renouvellement. Processus de Markov, générateur infinitésimal, propriété de Markov forte. Problème de martingales. Processus de Markov de saut pur, équations de Kolmogorov. Processus de diffusions, leurs générateurs, les liens avec les EDP. Applications en mécanique statistique et en analyse de files d'attente et de réseaux. Applications en biologie : en génétique et dynamique de populations.

**5MA02 Calcul Stochastique et Processus de Diffusion (9 ECTS)** (1er semestre)

**Professeur :** Lorenzo Zambotti

mel : Lorenzo.Zambotti@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~zambotti/>

**Objectifs de l'UE :** Donner les connaissances indispensables sur l'intégrale stochastique et les équations différentielles stochastiques.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

**Thèmes abordés :** Le mouvement brownien, la continuité de ses trajectoires, la propriété de Markov (forte), l'intégration stochastique par rapport à une martingale de carré intégrable, la formule d'Ito, le théorème de Girsanov, les équations différentielles stochastiques (EDS) et leurs solutions faibles ou fortes (dites diffusions), les liens avec les équations aux dérivées partielles, la formule d'Ito-Tanaka, le temps local du mouvement brownien, les EDS réfléchies EDS à coefficients non-lipschitziens, processus de Bessel.

**5MA01 Théorèmes limites pour les processus stochastiques (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Zhan Shi

mel : Zhan.Shi@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/zhan/>

**Objectifs de l'UE :** Apprendre les techniques de convergence de processus stochastiques.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

**Thèmes abordés :** Convergence des mesures : Tension, Théorème de Prokhorov, représentation de Skorokhod. Théorème de Donsker. Convergence fonctionnelle des processus continus, et applications. Topologie de Skorokhod et convergence des processus à trajectoires cadlag ; critère d'Aldous.

**5MA04 Nuages Poissoniens, processus de Levy, excursions (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Thomas Duquesne

mel : Thomas.Duquesne@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~duquesne/>

**Objectifs de l'UE :** Approfondir le cours "Processus de Markov et Applications".

**Prérequis :** Cours de base "Processus de Markov et Applications", "Calcul Stochastique et Processus de Diffusions", "Théorèmes Limites pour les processus stochastiques".

**Thèmes abordés :** Les processus de Lévy, les processus de branchement, les mesures ponctuelles de Poisson, la théorie des excursions, des applications aux processus de Lévy.

**UE fondamentales, l'orientation "Probabilités Appliquées."**

**5MA14 Probabilités Numériques et Méthodes de Monté Carlo (9 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Gilles Pages, Vincent Lemaire

mel : Gilles.Pages@upmc.fr, Vincent.Lemaire@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/pages.html>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire>

**Objectifs de l'UE :** Présenter les méthodes de Monte-Carlo et de Quasi-Monte-Carlo d'usage courant et les illustrer sur de nombreux exemples (calculs de prix

de couverture et autres) Réaliser une mise-en-oeuvre informatique des techniques abordés.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base.

**Thèmes abordés :** 1. Génération de variables aléatoires suivant les lois usuelles. 2.Méthode de Monte-Carlo : calcul d'espérance par simulation. 3.Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, échantillonnage préférentiel, variables antithétiques, stratification, conditionnement. 4.Quasi-Monte-Carlo : techniques de suites discrèpances faibles. 5.Méthodes de gradient stochastique et de Bootstrap. 6.Discrétisation en temps des équations différentielles stochastiques (schéma d'Euler, de Milshtein) : application au pricing d'options européennes. 7.Amélioration de la méthode dans le cas d'options path-dependent : ponts browniens et autres. 8.Calcul des couvertures et sensibilités par méthode de Monte-Carlo.

Une mise-en-oeuvre informatique des techniques abordés sera effectuée lors des séances de TD. Chaque étudiant devra réaliser, en binôme, un projet informatique (en langage C) implémentant soit des calculs de prix et de couvertures d'options soit des simulations d'autres modèles. Il remettra un rapport décrivant les méthodes utilisées et commentant les résultats obtenus.

### **5MA02 Calcul Stochastique et Processus de Diffusion (9 ECTS) (1er semestre)**

Voir plus haut.

### **5MM32 Modèles Markoviens sur des espaces discrets (6ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Irina Kourkova, Thomas Duquesne

mel : Irina.Kourkova@upmc.fr, Thomas.Duquesne@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/kourkova/>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~duquesne/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter la théorie des processus de Markov sur des espaces discrets, des exemples et les techniques indispensables pour leur analyse.

**Prérequis :** Cours de théorie de la mesure et d'intégration, cours de Probabilités de Base, espérance conditionnelle, martingales à temps discret.

**Thèmes abordés :** Chaines de Markov, récurrence et transience, mesure invariante. Processus de Markov de saut pur, équations de Kolmogorov, mesure invariante, phénomène d'explosion, théorèmes limites. Applications en mécanique statistique et en analyse de files d'attente et de réseaux. Applications en biologie : en génétique et en dynamique de populations.

### **5MA06 Statistique et Apprentissage (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Gérard Biau

mel : Gerard.Biau@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/biau.html>

**Objectifs de l'UE :** Donner aux étudiants les bases fondamentales du raisonnement et de la modélisation statistique, tout en présentant une ouverture vers des thématiques de recherche contemporaines. L'accent sera particulièrement mis sur l'utilisation pratique des nouveaux objets rencontrés.

**Prérequis** : Une bonne connaissance du calcul des probabilités et de l'algèbre linéaire.

**Thèmes abordés** : Rappels de probabilités, estimation ponctuelle, estimation par intervalles, tests. Modèle linéaire : estimation, intervalles de confiance et tests. Introduction à l'apprentissage statistique et à la classification supervisée. Minimisation du risque empirique, théorème de Vapnik-Chervonenkis. Règles de décision non paramétriques (méthode des k plus proches voisins et arbres de décision). Quantification et classification non supervisée.

### UE optionnelles, 2ème semestre.

#### 5MA07 Probabilités, Matrices Aléatoires et Introduction à la théorie ergodique. (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs** : Philippe Biane, Sandrine Péché, Raphael Kriorian, David Burget.

mel : Philippe.Biane@ens.fr, Sandrine.peche@univ-paris-diderot.fr, Raphael.Krikorian@upmc.fr, David.Burguet@upmc.fr

url : <http://www.dma.ens.fr/~biane/>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/dw/doku.php?id=users:peche:index>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~krikorian>

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~burguet>

**Objectifs de l'UE** : Démontrer des liens importants entre la combinatoire, la théorie des grandes matrices aléatoires et le Calcul de Probabilités. Introduire les étudiants à la théorie ergodique. Les initier à la recherche actuelle de pointe dans ces domaines.

**Prérequis** : Les cours fondamentaux du premier semestre.

**Thèmes abordés** : Matrices aléatoires : le comportement asymptotique global du spectre (Théorème de Wigner et loi du 1/2 cercle ). Propriétés plus fines du spectre (espacement entre valeurs propres et loi des valeurs propres extrêmes) pour des matrices gaussiennes (GUE, GOE). Universalité de ces propriétés. Applications de ces résultats à la physique mathématique et à la finance. Modèles probabilistes combinatoires : Ensemble Circulaire Unitaire, permutations aléatoires et la plus longue sous-suite croissante, les tableaux de Young. Systèmes dynamiques topologiques/mesurables ; mesures invariantes ; récurrence et ergodicités (théorème de Poincaré), Théorèmes ergodiques (Von Neuman, Birkhoff, théorème maximal ergodique). Théorie Spectrale. Exemples en dimension 1, rôle de l'hyperbolicité, propriétés ergodiques des flots géodésiques et horocycliques. Entropie métrique et topologique, principe variationnel. Produits-croisés, théorème de Rokhlin, exposants de Lyapunov, théorème d'Oseledec. Equations cohomologiques : théorème de Livsic, obstruction cohomologique et décroissance des corrélations. Cocycles de Schrödinger et nature du spectre de l'équation de Schrödinger (cas aléatoire et quasi-périodique).

#### 5MA08 Probabilités, Graphes Aléatoires et Physique. (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs** : Cedric Boutillier, Béatrice de Tilière, Giambattista Giacomin, Bartek Blaszczyzyn et Laurent Massoulié.

mel : Cedric.Boutillier@upmc.fr, Beatrice.de-Tiliere@upmc.fr

mel : Giambattista.Giacomin@univ-paris-diderot.fr,

mel : Bartek.Blaszczyszyn@ens.fr, Laurent.Massoulié@cnet.francetelecom.fr  
 url : <http://www.proba.jussieu.fr/~boutil/>  
 url : <http://proba.jussieu.fr/~detiliere/>  
 url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/giacomin/GBpage.html>  
 url : <http://www.di.ens.fr/PierreBremaud.html>  
 url : <http://www.math.uni.wroc.pl/~blaszcz/>

**Objectifs de l'UE :** Introduire dans les domaines de la géométrie stochastique, de graphes et pavages aléatoires, de la mécanique statistique, faire comprendre des motivations physiques, préparer à la recherche dans ces domaines.

**Prérequis :** Les trois cours fondamentaux du 1er semestre.

**Thèmes abordés :** Des pavages de  $\mathbf{Z}^2$  et du réseau triangulaire. Aspects combinatoires, les relations avec des surfaces aléatoires, arbres couvrants, marches aléatoires à boucles effacées. La forme typique d'un pavage par dominos d'un grand domaine. Les fluctuations autour du comportement limite reliées le spectre des grandes matrices aléatoires et au champ libre gaussien sans masse, des propriétés d'invariance conforme dans la limite d'échelle. Les modèles sur des réseaux bipartis périodiques du plan, des mesures de Gibbs ergodiques. Systèmes de particules de mécanique statistique dans la limite thermodynamique : ceux avec interaction à longue portée, de type champ moyen, et convergence vers des EDP de type Fokker-Planck et ceux avec exclusion et interactions locales, et limites vers des EDP paraboliques et hyperboliques. Processus ponctuels et graphes aléatoires. Mesures de Palm et mosaïque de Voronoi. Graphes aléatoires d'Erdoes-Renyi, modélisation de réseaux sociaux. Modèle Booleen de la géométrie stochastique, la percolation.

### 5MA09 Probabilités, Méthodes Numériques et Informatique (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs :** Vincent Lemaire, Mathieu Rosenbaum, Philippe Robert

mel : Vincent.Lemaire@upmc.fr, Mathieu.Rosenbaum@upmc.fr, Philippe.Robert@inria.fr  
 url : <http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire>  
 url : <http://www-rocq.inria.fr/~robert>  
 url : <http://www.proba.jussieu.fr/~rosenbaum/>

**Objectifs de l'UE :** Présenter des méthodes probabilistes pour l'analyse d'algorithmes classiques en informatique, dans les réseaux de communication et les réseaux stochastiques utilisés en biologie. Introduire à la théorie de l'arrêt optimal, à ses différentes applications en Finance et à des méthodes numériques. Apprendre à traiter des données haute fréquence.

**Prérequis :** Les cours fondamentaux du premier semestre.

**Thèmes abordés :** Limites Fluides et Réseaux de Files d'attente. Marches aléatoires avec Réflexion. Problèmes de Skorokhod. Réseaux de Jackson. Limites "Heavy Traffic" et Réseaux avec Perte. Formules d'Erlang. Files d'attente  $M/M/\infty$ . Convergence vers les solutions des équations de point fixe. Stochastic Averaging : exemples. Evolution des noeuds saturés de réseaux avec perte. Mécanismes de duplication dans les grands systèmes distribués. Phénomènes de polymérisation Arrêt optimal en temps continu. Enveloppe de Snell. Formulations duales. Etude analytique du prix de l'option américaine dans le cadre du modèle de Black-Scholes. Méthodes numériques de valorisation et de couverture pour les options américains *via* des approximations



bermudéennes. Estimation de la volatilité d'une semi-martingale, problématique des sauts. Qu'est-ce qu'un bon modèle haute fréquence? Modèles usuels de microstructure et estimateurs associés : erreur additive et erreur d'arrondi. Modèle avec zones d'incertitude. Corrélations asynchrones et effet lead-lag. Couverture haute fréquence optimale de produit dérivés.

### 5MA10 Méthodes stochastiques II (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs :** Laurent Decreusefond, Suleyman Ustunel, Randal Douc, Eric Moulines, Denis Talay, Mireille Bossy, Jean Jacod.

mel : Denis.Talay@sophia.inria.fr, Mireille.Bossy@sophia.inria.fr,

mel : Eric.Moulines@telecom-paristech.fr, Randal.Douc@it-sudparis.eu,

mel : Laurent.Decreusefond@telecom-paristech.fr, ustunel@enst.fr

mel : jean.jacod@upmc.fr

url : <http://www.infres.enst.fr/~decrease/>

url : <http://www.infres.enst.fr/~ustunel/>

url : <http://perso.telecom-paristech.fr/~moulines/>

url : [http://www-public.it-sudparis.eu/~douc\\_ran/](http://www-public.it-sudparis.eu/~douc_ran/)

url : <http://www-sop.inria.fr/members/Denis.Talay/moi.html>

url : <http://www-sop.inria.fr/members/Mireille.Bossy/>

**Objectifs de l'UE :** \*Apprendre les outils stochastiques avancés comme le calcul de Malliavin, la théorie des chaînes de Markov à états généraux, les méthodes particulières stochastiques pour les EDP, le calcul stochastique discontinu.

**Prérequis :** Les cours fondamentaux du premier semestre.

**Thèmes abordés :** Introduction au calcul de Malliavin. Espace de Wiener abstrait, gradient. Divergence. Processus d'Ornstein-Uhlenbeck. Inégalités de Meyer. Espaces de Sobolev. Distributions et formule d'Itô-Clark. Théorème de Girsanov-Ramer.

Calcul des grecques. Chaînes de Markov à états généraux. Modèles markoviens en économétrie financière (ARCH, GARCH, modèle de volatilité stochastique, modèles à seuils, modèles autorégressifs...). Méthodes de Monte Carlo. Algorithme de Metropolis Hastings. Ergodicité pour les chaînes Harris positives, ergodicité géométrique, vitesse de convergence, théorèmes limites pour les chaînes ergodiques. Applications à l'inférence de modèles d'économétrie financière; applications en simulation. Théorème de Birkhoff. Théorème de Chacon-Ornstein. Théorème sous-additif et applications pour les chaînes.

Processus de diffusion ergodiques. Comportement en temps long d'équations différentielles stochastiques classiques ou non linéaires au sens de McKean-Vlasov. Approximations particulières pour les EDP. Solutions d'EDP paraboliques en temps long, la convergence des solutions vers des lois d'équilibre. Solutions d'équations de Poisson. Jean Jacod donnera des conférences sur le calcul stochastique discontinu dans le cadre de ce cours.

### 5MA11 Probabilités, Neurosciences et Biologie Evolutive (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs :** Michèle Thieullen, Amaury Lambert

mel : Michele.Thieullen@upmc.fr, Amaury.Lambert@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/thieullen/>



url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/lambert/>

**Objectifs de l'UE :** Introduire à de différentes modèles stochastiques en neurosciences. Etudier les propriétés mathématiques de certains arbres aléatoires notamment utilisés en biologie évolutive pour modéliser les généalogies, les pedigrees ou les phylogénies.

**Prérequis :** Les cours fondamentaux du premier semestre.

**Thèmes abordés :** Modèles stochastiques existants en neurosciences. Temps de premier passage, formule de Feynman-Kac, systèmes lents-rapides, choix d'un modèle discret ou d'un modèle continu. Approximation diffusion, processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP), applications des grandes déviations, comportement stationnaire. Estimation de paramètres à partir de l'observation de la suite des temps d'atteinte d'un seuil. Le lien avec certaines équations aux dérivées partielles.

Arbres aléatoires discrets, les modèles de dynamique et de génétique des populations (de Cannings, Wright-Fisher, d'Eldon-Wakeley) et les modèles d'arbres phylogénétiques ('Markov branching models' d'Aldous). Arbres réduits : le coalescent de Kingman et le processus ponctuel de coalescence. Etude fine des topologies des arbres aléatoire dans le cadre des 'Markov branching models'. Processus du restaurant chinois, la formule d'échantillonnage d'Ewens ou la distribution de Griffiths-Engen-McCloskey (GEM). Etude de limites d'échelle des arbres : processus de branchement à espace d'états continu, diffusions de Feller et de Fisher-Wright,  $\Lambda$ -coalescents.

### 5MA12 Probabilités et Sciences Médicales (6 ECTS) (2ème semestre)

**Professeurs :** Guy Thomas, Pierre-Yves Boelle, Gregory Nuel.

mel : [guy.thomas@upmc.fr](mailto:guy.thomas@upmc.fr), [pierre-yves.boelle@upmc.fr](mailto:pierre-yves.boelle@upmc.fr), [nuel@math.cnrs.fr](mailto:nuel@math.cnrs.fr)

url : [http://www.u707.jussieu.fr/www\\_u707/annuaire/home\\_u444/thomas\\_g/](http://www.u707.jussieu.fr/www_u707/annuaire/home_u444/thomas_g/)

url : <http://nuel.perso.math.cnrs.fr/>

**Objectifs de l'UE :** Apprendre des différentes méthodes de modélisation probabiliste et d'analyse de modèles épidémiologiques et autres problèmes médicaux (diagnostique d'une maladie, prise en charge d'un patient aux urgences, génétique humaine, etc.)

**Prérequis :** Les cours fondamentaux du premier semestre.

**Thèmes abordés :** Construction d'un modèle aléatoire permettant d'étudier l'émergence de bactéries résistantes aux antibiotiques et leur diffusion dans la population. Son analyse détaillée par de divers outils probabilistes : la théorie des processus markoviens de sauts, des martingales et des semi-martingales, et de la convergence en loi dans les espaces de Skorokhod.

Reseaux bayésien - notion d'évidence, marginalisation - notion de junction tree, heuristiques de construction - notion de messages, théorèmes fondamentaux - algorithmes de propagation, inward/outward, lois jointes - applications diverses (chaînes de Markov conditionnées par ses deux extrémités, chaînes de Markov cachées sous contraintes, arbres Markoviens avec boucles, etc.) - calcul et maximisation de de la vraisemblance en présence de données complètes - maximisation de la vraisemblance en présence de données incomplètes (algorithme EM ou par optimisation

multi-dimensionnelle directe) Illustrations dans le contexte biomédical (diagnostique d'une maladie, prise en charge d'un patient aux urgences, génétique humaine, etc.), pour lesquels les calculs seront implémentés sous le logiciel R.

### **5MA13 UE de Mémoire de recherche ou de stage (18 ECTS) (2ème semestre)**

Deux possibilités se présentent.

La première possibilité : l'étudiant analyse en profondeur un ou plusieurs articles scientifiques sous la direction d'un enseignant. Ce travail aboutit à un mémoire de recherche que l'étudiant doit écrire et ensuite soutenir devant un jury. Ce travail de recherche est préparatoire pour la thèse.

La deuxième possibilité pour cette UE : l'étudiant effectue un stage en entreprise ou dans un institut de recherche sous la direction conjointe d'un ingénieur (ou chercheur) de cet organisme et un enseignant de la spécialité. L'étudiant doit écrire un rapport de stage et soutenir son travail devant un jury.

## **4.6 Responsable et site**

Responsable : IRINA KOURKOVA, Professeur à Paris 6.

Adresse électronique : [Irina.Kourkova@upmc.fr](mailto:Irina.Kourkova@upmc.fr)

Site : <http://www.proba.jussieu.fr/master2/master2.html>

Secrétariat : Josette Saman, Université Paris VI

1er étage, couloir 16–26, bureau 08, Laboratoire de

Probabilités et Modèles Aléatoires, B.C. 188, 4, place

Jussieu, 75252 Paris Cedex 05.

Tel : 01.44.27.53.20

# Chapitre 5

## Master 2, Spécialité Probabilités et Finance

Ce master 2 est actuellement cohabilité avec l'École Polytechnique.

### 5.1 Objectifs et descriptions

L'objectif de cette spécialité est d'apporter aux étudiants un enseignement de haut niveau dans le domaine de la finance mathématique probabiliste. Celle-ci recouvre l'ensemble de la finance de marchés, avec un accent tout particulier mis sur les instruments dérivés, l'étude approfondie des taux d'intérêt, l'analyse du risque d'une part et les méthodes numériques d'autre part. L'année se décompose en un semestre de cours intensifs (du 15 septembre au 31 mars) et un semestre de stage dans un établissement financier (du 1er avril au 30 septembre).

### 5.2 Débouchés professionnels

Les diplômés de ce parcours s'orientent majoritairement vers les cellules de recherche des établissements financiers en France, en Europe (Londres) et dans le reste du monde (USA, Asie). Une fraction d'entre eux s'oriente vers la recherche (thèse, thèse CIFRE, etc.), puis vers des carrières universitaires.

### 5.3 Organisation

L'année se décompose en deux semestres.

#### **Semestre 1 : Tronc commun fondamental**

Il s'agit d'un semestre de cours intensifs.

– 2 cours de remise à niveau à choisir parmi 3 (Informatique  $C++$ , Probabilités, Statistique) pendant deux semaines en septembre.

– 1 bloc (UE) “Probabilités, méthodes numériques et optimisation” (à partir du début octobre).

– 1 bloc (UE) “Finance de marché, dérivés et économétrie” (à partir du début octobre).

Le tronc commun s’achève par une session d’examens la semaine de la rentrée en janvier.

## Semestre 2 : Spécialisation et Professionnalisation

Le second semestre est constitué de deux phases.

Lors de la première, de janvier à fin 31 mars, les étudiants doivent

– Valider divers cours obligatoires et des cours d’option organisés en majeur et en mineur.

– Réaliser un projet informatique dans la continuité du cours de *Probabilités numériques et méthode de Monte Carlo en Finance* du tronc commun.

La seconde partie de ce semestre est consacrée au stage en entreprise d’une durée minimale de 5 mois entre la mi-avril (après la fin de la session de rattrapage) et la fin septembre. Celui-ci doit impérativement avoir lieu en entreprise pour être validé.

Un séminaire hebdomadaire est entièrement dévolu à la recherche de stage : les entreprises y sont invitées à venir se présenter et à détailler leurs offres de stage. Le programme du séminaire est consultable sur le site (cf. infra).

## 5.4 Publics visés, prérequis

Les titulaires d’un M1 de mathématiques appliquées et les élèves de troisième année d’école d’ingénieurs. Les pré-requis sont :

– quantitativement : un excellent niveau général en mathématiques appliquées (Mention Bien au M1 ou top 15% dans une école d’ingénieurs ; double-cursus apprécié).

– qualitativement : un parcours ayant privilégié les disciplines de l’aléatoire (probabilités et statistique), complété par des connaissances en Analyse appliquée (EDP) et un acquis solide en calcul scientifique (programmation C, C++).

La sélection des candidats est faite par un jury conjoint “Paris 6-École Polytechnique”.

## 5.5 Liste des UE

• AU PREMIER SEMESTRE :

**5MK01 Probabilités et calcul stochastique pour la finance” (15 ECTS)  
(1er semestre)**

**Professeur :** Gilles Pagès

mel : gilles.pages@upmc.fr

<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/pages/>

**Objectifs de l'UE :** Acquérir les outils mathématiques fondamentaux, notamment à caractère probabiliste et statistique en vue de leur application en finance de marché.

**Prérequis :** Cf. pré-requis généraux pour l'admission dans la spécialité "Probabilités et Finance" du Master 2 de mathématiques et Applications

**Thèmes abordés :** Cette UE est constituée des 4 cours (ou ECUE) suivants : Introduction aux processus de diffusion et calcul stochastique ; Probabilités numériques : méthode de Monte Carlo en finance ; Optimisation convexe et contrôle stochastique ; analyse numérique des E.D.P. pour les modèles financiers. Les contenus de ces cours sont détaillés dans les paragraphes ci-après.

Cette UE est constituée des modules suivants :

- o Introduction aux processus de diffusion, calcul stochastique (24C+ 24 TD, P. Bougerol).

Ce cours vise à fournir les outils probabilistes de base nécessaires à la théorie financière en univers aléatoire.

- Rappels de probabilités.
- Processus gaussiens. Mouvement brownien.
- Espérance conditionnelle. Martingales.
- Intégrale stochastique par rapport au mouvement brownien.
- Calcul stochastique. Formule d'Itô. Théorème de Girsanov.
- Équation différentielles stochastiques. Caractère Markovien des solutions. Liens avec certaines E.D.P.

- o Probabilités numériques : méthode de Monte Carlo en finance (24C+24 TD+ projet cf. ci-après, G. Pagès, V. Lemaire).

Le but de ce cours est de présenter les méthodes de Monte-Carlo et de Quasi-Monte-Carlo d'usage courant en finance. De nombreux exemples issus de problèmes de calcul de prix et de couverture d'options illustrent les développements. Une mise en œuvre informatique des techniques abordées sera effectuée lors des séances de TD. Chaque étudiant devra réaliser, en binôme, un projet informatique (en langage C) implémentant, soit des calculs de prix et de couvertures d'options, soit des simulations de modèles financiers. Il remettra un rapport décrivant les méthodes utilisées et commentant les résultats obtenus. Ce cours aborde les thèmes suivants :

- Introduction à la simulation : génération de variables aléatoires suivant les lois usuelles.
- Méthode de Monte-Carlo : calcul d'espérance par simulation.
- Méthodes de réduction de variance : variables de contrôle, échantillonnage préférentiel, variables antithétiques, stratification, conditionnement.
- Quasi-Monte-Carlo : techniques de suites à discrédances faibles.
- Optimisation stochastique, algorithme stochastique.
- Discrétisation en temps des équations différentielles stochastiques (schéma d'Euler, de Milstein) : application au pricing d'options européennes.
- Amélioration de la méthode dans le cas d'options path-dependent : ponts browniens, pont de diffusion.
- Calcul de couvertures et de sensibilités par méthode de Monte-Carlo

- o Optimisation convexe et contrôle stochastique (24 C, N. Touzi)

Ce cours vise à fournir les outils probabilistes de base nécessaires en optimisation convexe et en contrôle stochastique en vue d'applications à la finance.

- Optimisation convexe.
- Contrôle stochastique.

- Analyse numérique des E.D.P. pour les modèles financiers (24 C, F. Bonnans).

Le but de ce cours est de présenter les méthodes numériques d'usage courant en finance : approximation de diffusion, techniques d'arbres, méthodes de différences finies, d'éléments finis. Quelques aspects théoriques et numériques du contrôle stochastique sont également abordés dans ce cours.

- Méthodes numériques pour les EDP et les inéquations variationnelles paraboliques.
- Introduction au Contrôle stochastique.

Un polycopié (incluant une bibliographie) est fourni dans chacun des cours.

## **5MK02. Finance de marché, dérivés et économétrie (15 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** M. Rosenbaum

mel : mathieu.rosenbaum@upmc.fr

<http://http://www.proba.jussieu.fr/perso.php?id=327>

**Objectifs de l'UE :** Acquérir les concepts probabilistes et les outils modernes en optimisation pour maîtriser les méthodes quantitatives mises en œuvre sur les marchés financiers, de matières premières et de l'énergie.

**Prérequis :** Cf. pré-requis généraux pour l'admission dans la spécialité "Probabilités et Finance" du Master 2 de Mathématiques et Applications.

**Thèmes abordés :** Cette UE est constituée des 5 cours (ou ECUE) suivants : processus stochastiques et produits dérivés en temps discret et continu ; économétrie sur données financières ; marchés financiers et théorie financière ; mesures de risque et extrêmes ; Introduction aux modèles de saut.

Les programmes de ces cours sont détaillés ci-dessous.

- Processus stochastiques et produits dérivés en temps discret et continu (27C + 27 TD, E. Gobet & N. El Karoui).

Le marché des produits dérivés est un élément important du transfert des risques de marché des investisseurs vers les établissements financiers. L'objectif du cours est de décrire les produits financiers proposés, et les méthodes théoriques et pratiques mises en œuvre dans le marché pour évaluer et couvrir ces produits financiers. Le cours comprend plusieurs parties : une première partie sur les dérivés sur actions, européens ou exotiques avec une large référence au modèle de Black Scholes, et ses nombreuses applications dans un monde sans arbitrage, dominé par la vision "implicite" du marché. Une partie sur les taux d'intérêt et leur récents développements. Une partie sur la mesure des risques de marchés, via la VaR, et ses extensions.

I. Évaluation et couverture des produits dérivés sur action.

- Présentation des marchés à terme et des marchés d'options
- Le modèle de Black et Scholes : évaluation et couverture des options d'achat ou de vente par réplication dynamique. L'EDP d'évaluation. La formule de Black et Scholes.
- Le portefeuille de couverture. Les Grecques. La volatilité implicite.
- Robustesse de la formule de Black et Scholes.
- Options barrières dans le monde de Black et Scholes. Formules fermées, couverture. Autres options exotiques.
- L'absence d'arbitrage et la réplication statique. La formule de Carr et la distribution implicite.
- Premières réflexions sur la calibration. Distribution risque-neutre implicite.

- Volatilité stochastique : Formule de Dupire et volatilité locale. Introduction aux problèmes de calibration. Les modèles à volatilité stochastique exogène. (Marché incomplet)
- Théorie de l'arbitrage multi-dimensionnel : Absence d'arbitrage et primes de risques.
- Changement de numéraire ; numéraire de marché.

II. Problèmes de taux d'intérêt.

- Introduction au marché des taux d'intérêt et des produits dérivés de taux.
- Définition et construction de la courbe des taux :
- Les modèles classiques, Vasicek, C.I.R, Longstaff et Schwarz, modèles affines.
- Les modèles multifacteurs. Modèles de HJM : Equations de structure des taux d'intérêt issues de l'arbitrage.
- Le modèle de BGM ou modèle de marché. Approximations.
- Options de taux et instruments hybrides : évaluation et couverture.
- Swaps, Obligations à taux variable.
- Caps, floors, swaptions, boosts.
- Matrices de volatilité et Problèmes de calibration.

III. Mesures des risques.

- Présentation des normes réglementaires.
- La Value-at-Risk d'un portefeuille. Problèmes pratiques et méthodologiques.
- Le concept de mesures de risques.
- Application au pricing en marché incomplet.

o Méthode statistique de la Finance (30C, M. Rosenbaum).

Après avoir rappelé les outils économétriques standards, on s'intéressera dans ce cours au traitement des principales questions statistiques se posant lors de l'analyse des données financières.

Les thèmes suivants sont abordés : . – Analyse en composantes principales.

- Modèle linéaire et moindres carrés.
- Séries temporelles.
- Statistique des extrêmes.
- Mesures de dépendances entre actifs.
- Introduction aux problèmes en grande dimension.
- Quelques éléments de statistique des diffusions.

o Marchés financiers et théorie financière (30 C, V. Lozève, C. de Langue).

Dans une première partie du cours, les divers marchés financiers seront présentés, avec une attention particulière au marché des capitaux. Les mécanismes et utilisations des contrats futures seront étudiés dans le détail. Le cours suivra le fil des produits et techniques qui permettent une gestion des risques efficace dans cet environnement spécifique. Quelques incursions auront lieu dans le domaine des techniques quantitatives d'évaluation, mais le cours restera introductif en cette matière.

Une deuxième partie du cours se concentrera sur le marché des actions. Les éléments essentiels de la théorie financière au sens de Markowitz seront présentés et discutés, avec des implications importantes en terme de gestion de portefeuille.

o Mesures de risque et extrêmes (18 C, A. Alfonsi & L. Abbas-Turki).

Le but de ce cours est de présenter les outils de mesure des risques concernant la salle de marché et la gestion du "book" (portefeuille d'actifs) pour une échelle de temps courte (1 à 10 jours). Les principaux thèmes théoriques seront : la théorie des valeurs extrêmes, la représentation multidimensionnelle des risques via les copules, les mesures de risques monétaires et leurs diverses interprétations ainsi que la présentation par des intervenants de marché de leur implémentation pratique, les normes réglementaires concernant le risque de marché à court terme, la VaR et son implémentation, la gestion du risque de modèle et le calcul de réserves sur les books de produits dérivés.

Cette ECUE constitue la première partie – théorique – du cours de risques. La seconde partie, plus pratique et assurée par des professionnels, est proposée en cours d’option (Ouverture professionnelle).

- Introduction : le cadre des recommandations de Bâle, mesurer le risque avec la valeur en risque.
  - Mesures de risques monétaires, convexes, cohérentes (I).
  - Mesures de risques monétaires : propriétés de la VaR et de la CVaR (II).
  - Sortir du modèle gaussien pour calculer la VaR. Quantiles : définitions et estimation à l’aide de la théorie des lois de valeurs extrêmes (I).
  - Quantiles : estimation à l’aide de la théorie des lois de valeurs extrêmes (II).
  - Modélisation des corrélations : les copules.
  - Simulation, estimation des copules.
- Introduction aux modèles de saut (12 C, T. Duquesne)
- Ce cours propose une introduction au nuages et aux processus de Poisson, simple et composés, et à leurs applications en Finance, notamment aux modèles d’actifs avec sauts poissonniens incluant ou non une composante brownienne de type Merton. Il s’agit d’un premier cadre où apparaissent des modèles non complets dans lesquels on introduira des notions de couverture en moyenne quadratique, etc. Des calculs explicites des risques résiduels et des couvertures optimales seront menées à bien, préparant l’étude des modèles dirigés par des processus de Lévy.
- Attention ! Ce cours a lieu au second semestre (janvier) pour des raisons d’emploi du temps. Un polycopié (incluant une bibliographie) est fourni dans chacun des cours.

● AU SECOND SEMESTRE :

**Spécialisation et Professionnalisation (30 ECTS) (2<sup>e</sup> semestre)**

**Professeurs :** Gilles Pagès et Emmanuel Gobet

mel : gilles.pages@upmc.fr et emmanuel.gobet@polytechnique.edu

<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/pages/>

et

<http://www.cmap.polytechnique.fr/~gobet/>

**Objectifs de l’UE :** Il s’agit d’offrir aux étudiants à la fois un parcours de spécialisation thématique qui clôt leur parcours académique et une composante applicative professionnalisante. La spécialisation se traduit par le choix de quatre cours d’options donnant lieu à évaluation dont deux (au moins) choisis dans une thématique répertoriée ci-dessous constituant la “majeure”, les deux autres étant laissés en libre choix pour constituer la “mineure”. Majeure et mineure confèrent 3 ECTS. La professionnalisation se concrétise dans une première phase par la réalisation d’un projet informatique (3 ECTS) en programmation scientifique pour la finance en liaison avec le cours de Probabilités numériques. Le cœur de cette UE reste cependant l’insertion professionnel (3 ECTS) et le stage obligatoire d’une durée minimale de 5 mois (18 ECTS) en insertion complète dans le milieu professionnel.

**Pré-requis :** Acquisition des connaissances du 1<sup>er</sup> semestre.

**Thèmes abordés :** Les parcours et les cours de spécialisation sont

Cette UE est constituée des cours (ou ECUE) suivants :



- Cycle de cours-conférences sur l’histoire des crises financières de la régulation par P. Dessertine (IAE Paris 1). L’évaluation est couplée avec le module d’insertion professionnelle et le stage dans une proportion de 1/21) :  
Régulation (préparation au test d’intervenant de marché, 15h, animée par divers intervenants professionnels, proposée et coordonnée par G. Pagès et M. Rosenbaum).
- Module “Spécialisation (Options)” (6 ECTS).
  - deux cours à valider dans module spécialisé (*majeur*),
  - deux autres cours à valider parmi les autres spécialités (*mineure*),

**Attention** : Certains cours peuvent figurer plusieurs fois.

**Les trois cours suivis d’une astérisque (\*) sont éligibles au parcours labellisés “Big Data”.**

*Méthodes numériques avancées*

- Options américaines : théorie et méthodes numériques (15h, V. Lemaire, 5MK04).
- Éléments de calcul stochastique discontinu (15h, J. Jacod, 5MK18).
- Algorithmes stochastiques : de la Finance aux données massives (\*) (15h, G. Pagès, 5MK06).
- Nouveaux outils numériques déterministes et probabilistes : du pricing d’option aux big data (\*) (15h, B. Wilbertz, 5MK12).
- Analyse probabiliste de conditions au bord pour équations aux dérivées partielles paraboliques et elliptiques (15h, D. Talay, 5MK05).

*Statistique et trading haute fréquence*

- Finance haute fréquence : outils probabilistes, modélisation statistique à travers les échelles et problèmes de trading. (24 h, E. Bacry et M. Rosenbaum, 5MK10).
- Trading quantitatif : utilisation d’estimateurs haute fréquence pour l’exécution et l’arbitrage (15h, Ch. Lehalle + 12h TD S.Laruelle 5MK13).
- Apprentissage statistique, grande dimension et big data (\*) (15h, S. Gaïfas, 5MK19).
- Chaînes de Markov : stabilité, convergence, applications en finance (15h, R. Douc/E. Moulines, 5MK17).

Les TD du cours 5MK13 sont ouverts aux étudiants suivant le cours 5MK10 et, le cas échéant, seront pris en compte dans son évaluation.

*Produits dérivés (avancés)*

- Calibration de modèles (15h, S. de Marco, 5MK11).
- Modèles de taux et produits dérivés : nouveau paradigme, risque de contrepartie (15h, N. El Karoui, 5MK14).

*Nouveaux marchés*

- Valorisation et gestion du risque sur les marchés de l'énergie (15h, O. Bardou, 5MK07).
- Stratégies quantitatives : application au marché du crédit (15h, J. Turc & R. Dando, 5MK08).
- Risque de Longévité (15h, C. Hillairet, S. Loisel, N. El Karoui, 5MK016).

*Ouverture professionnelle*

- Allocation d'actifs et arbitrage multi-asset (15h, J.G. Attali, 5MK09).
- Trading quantitatif : utilisation d'estimateurs haute fréquence pour l'exécution d'ordres (15h, Ch. Lehalle, 5MK13 ).
- Stratégies quantitatives et risque de crédit (15h, J. Turc & R. Dando, 5MK08).

Les examens de cette UE ont lieu fin mars et ne donnent pas lieu à session de rattrapage.

- Module “Anglais/Projet informatique” (3 ECTS) : un projet informatique à réaliser en C++ (ou en CUDA/Open CL) couplé au cours de Probabilités numériques du semestre 1 (ne peut être validé seul). Un vivier de 25 sujets, généralement des articles de recherche récents en Probabilités numériques appliquées la Finance (écrits en Anglais), sont proposés aux étudiants.
- Insertion professionnelle (3ECTS) : Séminaire “Étudiants-Entreprise” hebdomadaire d'octobre à mars de 2h15 le vendredi de 17h15 à 19h50 au cours duquel deux entreprises viennent se présenter et présenter leurs sujets de stage. L'assistance est obligatoire pour valider les ECTS.
- Module “Stage” (18 ECTS).

Un stage de 5 mois en entreprise débutant en avril, après validation du sujet scientifique du stage par l'équipe pédagogique. La soutenance a lieu fin septembre en présence du Maître de stage et d'un membre de l'équipe pédagogique.

## 5.6 Responsable et site

Gilles Pagès est le responsable UPMC de la spécialité. La formation dispose d'un site internet propre (webmaster : G. Pagès) :

<http://www.master-finance.proba.jussieu.fr>

sur lequel on peut consulter

- La liste des cours incluant résumé et bibliographie (notamment les cours d'options partiellement renouvelés chaque année),
- Le programme du séminaire hebdomadaire “Étudiants-Entreprise” de l'année en cours.
- L'historique des sujets de stage sur 6 ans,
- L'Annuaire des Anciens (accès sur abonnement, accès libre pour la promotion en cours).

Le formulaire de candidature spécifique sont téléchargeables sur le site (combiné à un lien d'accès au site de l'Université pour les pré-inscriptions). L'essentiel du site est bilingue (français-anglais).

La liste des cours est aussi consultable via la plaquette du Master 2, *Probabilités & Applications*, mise en ligne sur le site du LPMA comme pour l'ensemble des formations de l'UPMC placées sous la responsabilité scientifique du LPMA.

**Secrétariat :** Josette SAMAN [josette.saman@upmc.fr](mailto:josette.saman@upmc.fr)

4, place Jussieu - Tour 16

Couloir 16-26 - 1er Etage - Bureau 08

Case courrier 188

75252 PARIS CEDEX 05

Téléphone : 01.44.27.53.20.

Tél : 01.44.27.76.50.

Site : <http://www.proba.jussieu.fr/>



# Chapitre 6

## Master 2, Spécialité Mathématiques de la modélisation

Ce diplôme de master est cohabilité avec l'ENS, l'ENPC et l'Ecole Polytechnique. Par ailleurs, la formation M2 "Mathématiques de la modélisation" est assurée par l'UFR 929 conjointement avec

- l'École Polytechnique,
- l'École Nationale des Ponts et Chaussées,
- l'Inria.

Responsable de la spécialité : Emmanuel Trélat.

### 6.1 Objectifs et descriptions

La modélisation mathématique permet de résoudre des problèmes issus de domaines variés (physique, biologie, économie...), par l'analyse mathématique et la simulation numérique des modèles proposés.

Parmi les connaissances et compétences attendues à l'issue du master, signalons :

- Théorie des équations aux dérivées partielles, discrétisation numérique, analyse d'erreurs.
- Optimisation continue et discrète, calcul des variations, théorie des jeux
- théorie du contrôle en dimension finie ou infinie, contrôle optimal, problèmes inverses.
- Outils d'analyse, de simulation et de modélisation utilisés en sciences du vivant
- Informatique scientifique, calcul scientifique, calcul parallèle, conception assistée par ordinateur.

Les étudiants devront également acquérir des connaissances dans les domaines applicatifs variés : informatique, biologie, physique, mécanique, économie...

Site web : <https://www.ljll.math.upmc.fr/MathModel/>

## 6.2 Débouchés professionnels

La spécialité forme des chercheurs de haut niveau en mathématiques appliquées pouvant faire carrière dans l'enseignement supérieur et la recherche, participer aux programmes de haute technologie de l'industrie, ou intégrer des centres d'étude et de décision des grandes entreprises. Elle forme aussi des mathématiciens de type ingénieur maîtrisant tous les aspects du calcul et de l'informatique scientifique moderne, dont le profil intéresse les bureaux d'étude industriels ou les sociétés de service en calcul scientifique.

Si la poursuite en doctorat est un débouché naturel de la spécialité, celle-ci n'est pas une obligation et cette dernière offre bien d'autres possibilités.

Pour les étudiants qui souhaitent poursuivre en doctorat, l'équipe pédagogique apporte un soutien personnalisé dans la construction du projet de thèse.

De très nombreuses offres de stages, thèses, ou emplois, sont mises en ligne sur le site web de la spécialité, au fur et à mesure que nous les recevons.

## 6.3 Organisation

L'année est divisée en quatre périodes comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

phase	I	II	III	IV
période	sept-oct	nov-déc	janvier/mars	mars-sept
intitulé	Cours de bases	fondamentaux	spécialisés	stage ou mémoire
durée	6 semaines	8 semaines	10 semaines	4 mois
ECTS	12	18	12	18

Il y a donc trois périodes de cours :

- cours de base de septembre à octobre (6 semaines)
- cours fondamentaux (8 semaines)
- cours spécialisés (10 semaines)

Le premier semestre S3 du M2 est composé des cours de base (phase I) et des cours fondamentaux (phase II), l'ensemble comptant pour 30 ECTS. Le S4 est constitué des cours spécialisés (phases III) comptant pour 6 ECTS chacun, complétés par un stage de recherche en entreprise ou un mémoire (phase IV), et compte donc également pour 30 ECTS.

Il faut donc impérativement valider **au minimum 3 cours fondamentaux et 2 spécialisés** (les semestres étant non compensables).

Dans le but d'orienter et d'accompagner les étudiants vers les sujets et les carrières de leur choix, nous proposons de structurer les études autour de thèmes, appelés **Majeures**. Elle s'articulent aussi bien autour des domaines applicatifs que des méthodes mobilisées. Voici la liste des six Majeures :

- **ANEDP** : Analyse numérique et équations aux dérivées partielles. Responsable : F. Bethuel.
- **COCV** : Contrôle Optimal, Calcul des Variations. Responsable : E. Trélat.
- **EF** : Energies pour les Futurs. Responsable : B. Desprès.
- **HPC** : Calcul scientifique hautes performances. Responsable : F. Hecht.
- **MBIO** : Mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales. Responsable : L. Almeida
- **OJD** : Optimisation, Jeux et Dynamiques. Responsable : P.L. Combettes.

Chaque Majeure propose un ensemble cohérent de cours fondamentaux et spécialisés, ouvrant ainsi à de nombreux débouchés naturels. Le choix des cours à l'intérieur de chaque Majeure est libre et il est possible de choisir des cours en dehors des listes proposées : dans les deux cas, cela est soumis à l'avis du responsable de la Majeure, qui fait office de directeur d'études.

C'est à l'issue des cours de base que les étudiants devront choisir **obligatoirement** l'une des six Majeures proposées.

Il est possible pour un étudiant de combiner des cours de plusieurs Majeures : chaque étudiant peut former son parcours comme il le veut, à l'intérieur de la Spécialité. Cela doit se faire en concertation avec le responsable de spécialité, dont le rôle est de vérifier la cohérence du choix, en fonction du projet professionnel de l'étudiant.

**La filière Big Data.** En outre, le master Mathématiques et applications de l'UPMC propose une filière "Big Data", pour ses étudiants inscrits dans l'une des spécialités suivantes :

- Probabilités et Modèles Aléatoires
- Probabilités et Finances
- Mathématiques de la Modélisation
- Ingénierie Mathématique
- Statistiques

## 6.4 Publics visés, prérequis

Les personnes susceptibles d'intégrer la spécialité sont les étudiants des universités ayant effectué une première année de Master, les élèves ingénieurs des grandes écoles, et étudiants d'universités étrangères ayant une formation équivalente. Dans tous les cas, une solide formation mathématique est requise, en particulier dans les domaines de l'analyse ou de l'analyse numérique. L'admission se fait sur dossier compte tenu du niveau et du cursus antérieur.

## 6.5 Description des Majeures

### Analyse numérique et équations aux dérivées partielles (ANEDP)

Responsable : F. Bethuel

Cette Majeure a pour thème central l'étude théorique et numérique des problèmes modélisés par des équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires prove-

nant de domaines variés tels que la physique, les sciences de l'ingénieur, la chimie, la biologie, l'économie, ainsi que les méthodes de calcul scientifique qui ont pour but la simulation numérique de ces problèmes. Le calcul scientifique est devenu la clé maîtresse du progrès technologique, il nécessite une compréhension approfondie de la modélisation mathématique, de l'analyse numérique, et de l'informatique. La Majeure, par sa large gamme de cours, permet d'explorer et de maîtriser les divers aspects de ces disciplines. Les différents domaines mathématiques concernés sont variés et en évolution rapide. Leur développement se traduit par un besoin accru en chercheurs mathématiciens dont la formation est un des objectifs de la Majeure. Les cours proposés couvrent les domaines suivants :

- La modélisation mathématique de nombreux domaines d'applications : mécanique des solides, mécanique des fluides, phénomènes de propagation (acoustique, sismique, électromagnétisme), traitement du signal et de l'image, finance, chimie et combustion.
- L'analyse mathématique des équations aux dérivées partielles linéaires et non linéaires (existence, unicité et régularité des solutions).
- Les méthodes d'approximation : éléments finis, différences finies, méthodes spectrales, méthodes particulières, ondelettes.
- La mise en oeuvre sur ordinateur de ces méthodes et la conception de logiciels de calcul scientifique.

### **Contrôle Optimal, Calcul des Variations (COCV)**

Responsable : E. Trélat

Cette Majeure propose une formation de haut niveau dans les domaines du Contrôle, Optimisation et Calcul des Variations. La théorie du contrôle analyse les propriétés des systèmes contrôlés, c'est-à-dire des systèmes dynamiques sur lesquels on peut agir au moyen d'un contrôle (ou commande). Le but est alors d'amener le système d'un état initial donné à un certain état final, en respectant éventuellement certains critères. Les systèmes abordés sont multiples : systèmes différentiels, discrets, avec bruit, avec retard, équations aux dérivées partielles... Leurs origines sont très diverses : mécanique, électricité, électronique, biologie, chimie, économie, théorie des jeux, informatique... Les objectifs peuvent être de stabiliser le système pour le rendre insensible à certaines perturbations, ou encore de déterminer des solutions optimales pour un certain critère d'optimisation (contrôle optimal). La théorie du contrôle optimal généralise la théorie mathématique du calcul des variations.

Les débouchés envisagés sont aussi bien académiques qu'industriels. La formation mène à des thèses académiques ou à des thèses dans le milieu industriel (thèse CIFRE par exemple, en partenariat universitaire), ou à des emplois d'ingénieurs dans des domaines spécialisés comme l'aéronautique ou l'aérospatiale. Un partenariat officiel existe entre les laboratoires de la Fondation Sciences Mathématiques de Paris (dont fait partie le laboratoire Laboratoire Jacques-Louis Lions) et l'entreprise EADS Astrium, située aux Mureaux. Astrium est le leader mondial des lanceurs Ariane et propose de nombreux débouchés dans ce secteur (thèses, emplois d'ingénieur). Dans les industries modernes où la notion de rendement est prépondérante, l'objectif est de concevoir, de réaliser et d'optimiser, tout au moins d'améliorer les méthodes existantes. De ce fait beaucoup d'autres débouchés industriels existent : services R&D de Thalès, IFPen, EDF, Dassault, RTE, etc. Cette formation intéresse aussi beaucoup



les organismes comme le CEA ou l'Inria. Enfin, de nombreux partenariats existent avec un très grand nombre d'universités en France et à l'étranger, garantissant de nombreuses possibilités de thèses académiques.

### **Energies pour les Futurs (EF)**

Responsable : B. Desprès

La production d'énergie, ainsi que l'utilisation de sources d'énergies de toutes sortes tant classiques qu'alternatives, nécessitera dans un avenir proche un renforcement de la recherche appliquée et fondamentale. Par classique on peut entendre les énergies hydraulique, nucléaire de fission, pétrolière . . . Par alternative on entend l'énergie nucléaire de fusion, éolienne, . . . Dans tous ces domaines il faut prendre en compte des phénomènes complexes dont la modélisation sous forme de systèmes d'équations aux dérivées partielles et leur résolution numérique sont déterminants pour les avancées de la recherche scientifique.

Dans cette direction, La Majeure EF (Energies pour les Futurs) entend proposer un ensemble cohérent de cours qui balaye quelques uns des aspects fondamentaux de cette problématique.

Du point de vue de la modélisation mathématique, les aspects fluides (compressible et incompressible) sont traités d'un point de vue tant fondamental (5MM16) qu'appliqué (cela va par exemple des modèles compressibles ou diphasiques pour les coeurs de centrales nucléaires aux des modèles de barrages, 5MM27). Les aspects cinétiques (ou particuliers) fondamentaux sont traités dans le cours 5MM28 avec des applications à la physique des plasmas de fusion dans NM455. La théorie des couplage de modèles sur plusieurs échelles est abordée dans 5MM34. Enfin des méthodes numériques spécifiques et de haute précision dans des régimes variés sont présentés dans le cours 5MM21.

Les cours proposés permettent d'acquérir tout à la fois une bonne maîtrise de l'analyse théorique des edp concernées et de l'analyse numérique des méthodes d'approximation les plus récentes utilisées pour les simuler, et une connaissance d'un ou plusieurs domaines d'application, avec un accent mis sur la modélisation.

### **Calcul scientifique haute performance (HPC)**

Responsable : F. Hecht

Le Calcul Scientifique Haute Performance est un enjeu stratégique pour la recherche scientifique et l'innovation industrielle. Les architectures de calcul modernes, en évolution continue, allient en effet des composants dont la rapidité ne cesse d'augmenter et dont le nombre de coeurs de calcul dépassera bientôt le million. Cette puissance de calcul petaflopique (et exaflopique à l'horizon 2017) donne des possibilités nouvelles mais nécessite des algorithmes nouveaux et une compréhension profonde à la fois des architectures des calculateurs et de la modélisation mathématique.

Ces aspects de la recherche sont donc en pleine évolution pour être adaptés aux architectures actuelles et celles à venir et les compétences sur ce créneau sont indispensables mais bien trop rares tant dans la recherche que dans la formation des unités académiques. C'est aussi le cas dans les laboratoires de R & D des grands groupes industriels capables d'avoir les équipes nécessaires sur ce créneau et qui basent leur compétitivité sur un meilleur contrôle, une meilleure optimisation et une

plus profonde connaissance de leurs produits par la modélisation mathématique. Tous les industriels hitech sont concernés ainsi que les banques et les organismes concernés par les grands défis sociétaux (climat, pollution, planification ...).

### **Mathématiques appliquées aux sciences biologiques et médicales (MBIO)**

Responsables : L. Almeida et M. Thieullen

Cette Majeure est également accessible par la spécialité “Probabilités et modèles aléatoires” de l’UPMC. En particulier des aménagements des cours proposés sont possibles pour les étudiants qui voudraient combiner les cours des deux spécialités, après accord des responsables (voir aussi le site web).

La Majeure MBIO propose une formation centrée sur la simulation et la modélisation pour les sciences du vivant, elle s’appuie sur les outils d’analyse déterministe et stochastique. L’ambition de La Majeure n’est pas de couvrir l’ensemble des thèmes du “vivant”, elle se propose de donner une vision générale des outils “continus” et des applications, couvrant des questions de biologie fondamentale et des applications biomédicales.

Ce parcours vise à la fois la formation de chercheurs dans le domaine des “Mathématiques pour la biologie” et sur des débouchés directs dans les biotechnologies.

Les étudiants qui envisagent de continuer en thèse y trouveront de nombreux sujets et supports financiers. Ils sont proposés au sein de laboratoires de mathématiques, de calcul scientifique comme de biologie ou médecine.

Les étudiants désirant terminer leur études sur un M2 y trouveront des questions scientifiques passionnantes où les mathématiques sont un outil fondamental pour traiter de la complexité des phénomènes observés. De nombreux laboratoires, instituts et entreprises utilisent maintenant la modélisation et proposent des stages.

### **Optimisation, Théorie des Jeux et Dynamiques (OJD)**

Responsable : P.L. Combettes

L’optimisation et la théorie des jeux sont des domaines en plein essor qui s’intéressent à l’analyse et à la construction d’équilibres au sens large et aux aspects dynamiques connexes.

La Majeure OJD est une formation interdisciplinaire, unique au niveau européen qui s’appuie sur un socle d’outils modernes d’analyse non linéaire (analyse convexe, minmax, points fixes, analyse non lisse, opérateurs monotones, algèbres max-plus) pour développer les fondements théoriques et algorithmiques de l’optimisation et de la théorie des jeux, analyser les processus dynamiques associés (algorithmes, complexité, programmation dynamique, dynamique de gradient, dynamiques d’inclusions monotones, jeux répétés, approximation stochastique, processus discrets/continus) et aborder des domaines concrets de modélisation. Les champs d’applications couverts par La Majeure OJD vont du traitement de l’information (apprentissage, traitement du signal et de l’image, problèmes inverses), à la modélisation et l’analyse des interactions stratégiques dans les systèmes complexes (dynamique des populations, économie industrielle, traitement des signaux multicomposantes, décomposition de problèmes de très grande taille, congestion dans les

réseaux), en passant par la prise de décision en environnement incertain (contrôle, classification, procédures robustes, perturbation d'algorithmes).

La Majeure OJD est la principale formation d'enseignants-chercheurs en optimisation et en théorie des jeux au niveau national. Elle forme également des spécialistes de haut niveau qui se destinent au monde industriel (EDF, Air France, Orange, GDF, Total, industries de l'Internet, industries des télécommunications, industrie aéronautique, secteurs bancaire et financier, etc.).

## UE proposées<sup>1</sup> pour la Majeure ANEDP

### *UE fondamentales*

- Méthodes numériques probabilistes (5MM35)\*\*
- Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation (5MM16)\*
- A course on homogenization (5MM04)\*
- Equations elliptiques (5MM47)
- Introduction aux EDP d'évolution (5MM12)
- Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (5MM46)
- Des EDP à leur résolution par la méthode des éléments finis (5MM30)
- Approximation variationnelles des EDP (5MM36)
- Solutions faibles des équations d'Einstein (5MMEE)

### *UE spécialisées*

- Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles (5MM57)
- Problèmes multi-échelles. Aspects théoriques et numériques (5MM34)\*\*
- Problèmes inverses : analyse mathématique et résolution numérique (5MM09)\*
- Equations de réaction-diffusion et dynamique de populations biologiques (5MM05)\*\*\*
- Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans la domaine de l'énergie (5MM27)
- Théorie spectrale et méthodes variationnelles (5MM10)\*\*
- Méthodes proximales en traitement de l'information (5MM15)
- Calculus of variations and variational convergence (5MM11)\*
- Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (5MM38)
- Méthodes de Galerkin discontinues et applications (5MM21)\*\*
- Modélisation directe et inverse en hémodynamique (5MM26)
- Contrôle des EDP, contrôle quantique (5MM45)
- Méthodes mathématiques et analyse numérique pour le simulation moléculaire (5MM50)
- Kinetic models (5MM28)\*
- Homogénéisation stochastique (5MM07)
- Calcul haute performance, algorithmes parallèles d'algèbres linéaires à grande échelle, stabilité numérique (5MM29)

---

1. Les enseignements qui ont lieu à l' Ecole Polytechnique sont signalés par \*. Ceux qui sont assurés par des enseignants de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées par \*\*. Enfin, ceux qui proviennent d'autres spécialités ou disciplines par \*\*\*.

## UE proposées pour la Majeure COCV

### *UE fondamentales*

- A course on homogenization (5MM04)\*
- Contrôle en dimension finie et infinie (5MM53)
- Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (5MM19)
- Introduction aux EDP d'évolution (5MM12)
- Equations elliptiques (5MM47)
- Optimisation continue (5MM14)

### *UE spécialisées*

- Contrôle des EDP, contrôle quantique (5MM45)
- Problèmes inverses : analyse mathématique et résolution numérique (5MM09)\*
- Calculus of variations and variational convergence (5MM11)
- Analyse de modèles de croissance de tumeurs (5MM39)

## UE proposées pour la Majeure EF

### *UE fondamentales*

- Theoretical and numerical analysis of hyperbolic systems of conservation laws (5MM16)\*

### *UE spécialisées*

- Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles (5MM57)
- Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans le domaine de l'énergie (5MM27)
- Problèmes multi-échelles. Aspects théoriques et numériques (5MM34)\*\*
- Méthodes de Galerkin discontinues et applications (5MM21)
- Kinetic models (5MM28)\*

## UE proposées pour la Majeure HPC

### *UE fondamentales*

- Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (5MM46)
- Des EDP à leur résolution par la méthode des éléments finis (5MM30)

### *UE spécialisées*

- Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (5MM38)
- Calcul haute performance, algorithmes parallèles d'algèbres linéaires à grande échelle, stabilité numérique (5MM29).

## UE proposées pour la Majeure MBIO

### *UE fondamentales*

- Mathematical methods in biology (5MM03)
- Equations elliptiques (5MM47)

- Méthodes numériques probabilistes (5MM35)\*\*
- Statistique et apprentissage (5MA06)
- Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (5MM19)

*UE spécialisées*

- Arbres aléatoires pour la biologie évolutive (NMX06)
- Equations de réaction-diffusion et dynamiques de populations biologiques (5MM05)\*\*\*
- Propagation d'évidence dans les réseaux bayésiens (NMX07)
- Asymptotic analysis and computational methods. Applications to molecular, cellular biology and to neurobiology (synaptic transmission and plasticity) (5MM31)
- Modeling of growth and regeneration processes in multi-cellular tissues involving agent-based models (5MM20)
- Mathematical models for neurosciences (5MM22)\*\*\*
- Modèles probabilistes en neurosciences (NM539)\*\*\*
- Modélisation directe et inverse en hémodynamique (5MM26)
- Modélisation de la résistance aux antibiotiques (NM010)\*\*\*
- Analyse de modèle de croissance de tumeurs (5MM39).
- Calcul stochastique (NM302)
- Processus de Markov, application à la dynamique des populations (NM304)

## UE proposées pour la Majeure OJD

*UE fondamentales*

- Optimisation continue (5MM14)
- Optimisation discrète (5MM02)
- Théorie des jeux : stratégies et évolution (5MM49)

*UE spécialisées*

- Méthodes proximales en traitement de l'information (5MM15)
- Jeux répétés à somme nulle : étude asymptotique et uniforme (5MM33)\*\*
- Combinatoire topologique et jeux (5MM59)\*\*
- Optimisation stochastique (5MM07)
- Algèbre tropicale en optimisation et en jeux (5MM58)\*
- Recherche opérationnelle. Aspects mathématiques (B006)
- Calculus of variations and variational convergence (5MM11)\*

## 6.6 Description des UE

### 5MM01. Cours de Bases (12ECTS) (1er semestre)

**Objectifs de l'UE :** Fournir un socle homogène de connaissance. L'accent est mis sur les outils mathématiques communs et parfois indispensables à toutes les Majeures, tout en sensibilisant les étudiants aux enjeux de la modélisation et du calcul scientifique.

- Thèmes abordés :** Cette UE est constituée de cinq cours :
- Analyse fonctionnelle et applications

- Analyse non-linéaire
- Une introduction aux équations aux dérivées partielles
- Approximation variationnelle des fonctions
- Méthodes numériques pour les EDP instationnaires : différences finies et éléments finis

Ces cours se déroulent sur une période de six semaines, chacun des modules étant enseigné sur un jour (cours de 3heures+ TD de 2 ou 3h). L' étudiant devra choisir un minimum de 4 modules parmi les 5 pour valider cette UE. Le détail des modules est le suivant :

*Analyse fonctionnelle et applications* (G.Allaire)

*Analyse non linéaire* (S. Sorin)

- Hahn-Banach et applications, convergence faible et compacité faible
- Analyse convexe : cônes, théorèmes de minmax, conjugaison, dualité de Fenchel-Rockafellar, calcul sous-différentiel, Calcul différentiel : Gateaux, Fréchet, Graves-Lusternik, principe variationnel d'Ekeland
- Théorèmes de point fixes (fonctions et correspondances), inégalités variationnelles, opérateurs maximalement monotones.

*Une introduction aux équations aux dérivées partielles* (F.Bethuel)

*Approximation variationnelle des fonctions* (A. Cohen)

*Méthodes numériques pour les EDP instationnaires : différences finies et éléments finis* (B.Desprès)

## 5MM12 Introduction aux EDP d'évolution (6 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Jean-Yves Chemin

**Objectifs de l'UE :** Cette UE vise à présenter les techniques de base de l'analyse des équations aux dérivées partielles d'évolution, et ce à travers l'analyse de quelques équations fondamentales de la physique (équations des ondes et de la mécanique des fluides).

**Prérequis :** Analyse fonctionnelle.

**Thèmes abordés :**

- Rappels sur les équations différentielles linéaires et non linéaires.
- Rappels d'analyse fonctionnelle : Compacité dans les espaces de Banach, convergence faible dans les espaces de Hilbert, opérateurs auto-adjoints compacts, transformée de Fourier et espaces de Sobolev.
- Systèmes linéaires, semi-linéaires symétriques : exemples, résolution du problème de Cauchy, vitesse finie de propagation.
- Systèmes quasilineaires : théorie de Littlewood-Paley, paradifférentialisation, résolution du problème de Cauchy.
- Résolution d'équations linéaires et non linéaires par minimisation de fonctionnelles : exemples avec le problème de Dirichlet et le problème de Stokes.

- Résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles dans un domaine borné : solutions faibles (théorème de Leray), solutions fortes (théorème de Fujita-Kato), stabilité de type fort-faible. Généralisation à d'autres modèles de la mécanique des fluides (équations compressibles, inhomogènes...)

**5MM46. Analyse numérique matricielle avancée et calcul parallèle (6 ECTS) (1<sup>er</sup> semestre)**

**Professeur : François-Xavier Roux**

mel : roux@ann.jussieu.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/MathModel/polycopies/fxroux1.pdf>

**Objectifs de l'UE :**

- comprendre l'architecture des calculateurs scientifiques parallèles et connaître les principes de conception et de programmation d'algorithmes efficaces sur ces machines
- connaître les méthodes directes et itératives de résolution des grands systèmes linéaires et les méthodologies pour leur parallélisation

**Prérequis :** algèbre linéaire, formes quadratiques, propriétés des matrices, notions d'analyse numérique

**Thèmes abordés :**

- calculateurs scientifiques parallèles, architecture mémoire, modèles de programmations
- méthodes de résolution directe des systèmes linéaires, parallélisation par blocs
- factorisation des matrices creuses, arbre d'élimination, renumérotation, parallélisation multi-frontale
- méthodes itératives de krylov pour des matrices symétriques, Lanczos, gradient conjugué, MINRES
- méthodes de krylov pour des matrices non symétriques avec orthogonalisation complète, GMRES, ORTHODIR
- méthodes de krylov pour des matrices non symétriques avec bi-orthogonalisation, biCG, QMR, biCG-stab
- préconditionnement, méthode du complément de Schur
- parallélisation des méthodes de Krylov pour des matrices creuse

**5MM30. Des EDP a leur résolution par la méthode des éléments finis (6 ECTS) (3<sup>o</sup> semestre)**

**Professeur :Frédéric Hecht**

mel : Frederic.Hecht@umpc.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~hecht>

**Objectifs de l'UE :** Comment résoudre numériquement avec la méthode des éléments finis en dimension 2 et 3 des équations aux dérivées partielles provenant de la mécanique, de la physique, ...

**Prérequis :** Avoir des bases dans un langage de programmation (scilab, maple, java, fortran, c, c++ ,...). Avoir suivi un cours d'analyse numérique de base sur les problèmes d'approximation et de résolution de système linéaire.

**Thèmes abordés :** Comment construire le système linéaire a résoudre à partir de la formulation mathématique du problème, Puis utiliser les notions d'informatique

comme le polymorphisme, la programmation objet, la généricité pour écrire un programme qui soit facilement réutilisable et modifiable. Ces techniques sont basées sur les grandes classes d'éléments finis : Lagrange, mixte, ..., et seront utilisées pour la résolution des équations de type Poisson, Stokes, Navier-Stokes, ... Puis nous ferons une introduction à la visualisation graphique 3d avec OpenGL/GLUT, au calcul parallèle (avec MPI).

### 5MM36 Approximations variationnelles des EDP (6 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Yvon Maday

mel : maday@ann.jussieu.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~maday>

**Objectifs de l'UE :** analyse numérique des techniques d'approximations des EDP sous formes variationnelles, en particulier méthodes d'éléments finis.

**Prérequis :** cours de niveau M1 en analyse fonctionnelle et analyse numérique.

**Thèmes abordés :** Un grand nombre d'équations aux dérivées partielles, linéaires ou non linéaires, peuvent se mettre sous forme variationnelle. Du point de vue de l'analyse fonctionnelle, les formulations variationnelles offrent un cadre utile pour prouver l'existence et l'unicité de la solution de ces équations. Du point de vue de l'approximation, les formulations variationnelles se prêtent bien aux méthodes de type Galerkin qui sont un moyen efficace et performant pour approcher ces solutions. Les thèmes abordés dans ce cours sont :

1. l'apprentissage de la mise sous forme variationnelle des équations elliptiques, en particulier l'équation de Laplace et le système de Stokes.
2. l'application de méthodes de type Galerkin - principalement méthodes d'éléments finis - à la discrétisation de ces équations. On intéressera non seulement à la construction des méthodes et à leur propriétés de convergence a priori, mais aussi aux algorithmes de raffinement adaptatif et d'estimation a-posteriori.

### 5MM16. Analyse théorique et numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation (6 ECTS) (1<sup>o</sup> semestre)

**Professeur :** Frédéric Coquel (ce cours aura lieu à l'Ecole Polytechnique)

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est consacré aux systèmes hyperboliques de lois de conservation dont l'exemple le plus représentatif (qui sera traité en détail dans le cours) est celui des équations de la dynamique des gaz.

**Prérequis :** niveau de Master M1 en mathématiques

**Thèmes abordés :**

Le cours développera à la fois des aspects théoriques et numériques. En particulier les notions d'hyperbolicité, de solutions faibles, de condition de saut de Rankine-Hugoniot, de condition d'entropie, de problème de Riemann et de critère de Lax seront étudiées. On présentera les schémas numériques de type différences finies, monotones et entropiques, TVD d'ordre 2, les méthodes de Godunov et de Van Leer ainsi que le schéma de Roe. Des projets personnels (notés et facultatifs) permettront aux étudiants de mettre en oeuvre sur ordinateur les algorithmes étudiés. Plus de renseignements sur le cours peuvent être obtenus sur la page web citée ci-dessus.



**5MM47. Equations elliptiques linéaires et non linéaires (6 ECTS) (1<sup>er</sup> semestre)**

**Professeur :** Sylvia Serfaty

mel : serfaty@ann.jussieu.fr

url :

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est d'introduire quelques techniques parmi les plus utilisés pour construire et étudier des solutions à des équations aux dérivés partielles linéaires et non linéaires.

**Prérequis :** analyse fonctionnelle de niveau M1.

**Thèmes abordés :** A) Equations linéaires :

- Propriétés régularisantes des opérateurs elliptiques du second ordre, inégalités de Cacciopoli, méthode de Stampacchia, méthode de Schauder.
- Le principe du maximum sous ses diverses formes.
- Théorème de Riesz Fredholm, problèmes spectraux compacts.

B) Equations non linéaires :

- méthodes d'inversion locales, continuation, bifurcation.
- méthode variationnelles : solutions minimisantes, lemme de déformation, lemme du col.

**5MM49. Théorie des jeux : stratégies et évolution (6 ECTS) (1<sup>er</sup> semestre)**

**Professeur :** Sylvain Sorin

mel : sorin@math.jussieu.fr

url : <http://www.math.jussieu.fr/sorin/>

**Objectifs de l'UE :** Le but du cours est de présenter les outils et résultats fondamentaux de la théorie des jeux. On étudiera principalement l'approche stratégique en considérant les problèmes liés à l'information et la dynamique.

**Prérequis :** Analyse fonctionnelle élémentaire, analyse convexe

**Thèmes abordés :** Jeux à deux joueurs et à somme nulle. Théorèmes de minmax et opérateur valeur. Equilibre de Nash. Existence, variété des équilibres, sélection. Equilibre et stabilité. Evolutionary Stable Strategy et dynamiques d'évolution. Equilibres corrélés et apprentissage. Introduction aux jeux répétés.

**5MM14. Optimisation continue (6 ECTS) (1<sup>er</sup> semestre)**

**Professeur :** V. Perchey

**Objectifs de l'UE :** Fournir les fondements de l'optimisation continue moderne : concepts théoriques, algorithmes et applications.

**Prérequis :** Analyse fonctionnelle élémentaire

**Thèmes abordés :** Analyse convexe (ensembles convexes, cônes convexes, fonctions convexes, conjugaison, sous-différentiabilité), problèmes variationnels (existence, unicité et caractérisation des solutions, conditions de KKT, condition du second ordre), dualité de Fenchel-Rockafellar, dualité lagrangienne, problèmes min-max, perturbations, opérateurs monotone, itérations fejiériennes, algorithmes de points fixes et de zéro d'opérateurs monotones, applications aux inéquations variationnelles et à la décomposition de problèmes de minimisation sous contraintes, optimisation

différentiable sous contraintes générales, conditions du premier et second ordre en optimisation non convexe différentiable, conditions d'optimalité en optimisation stochastique, conditions d'optimalité en commande optimale.

### 5MM02. Optimisation discrète (6 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** Michel Pocchiola et Jean-Paul Allouche

courriel : pocchiola@math.jussieu.fr, allouche@math.jussieu.fr

url : <http://www.math.jussieu.fr/~pocchiola> <http://www.math.jussieu.fr/~allouche>

**Objectifs de l'UE :** Introduction à l'optimisation discrète : matroïdes et matroïdes orientés ; combinatoire des mots.

**Prérequis :** Notions de base en algèbre commutative, algèbre linéaire et en analyse réelle.

**Thèmes abordés :** Matroïdes. Matroïdes et optimisation combinatoire. Arrangement d'hyperplans et recherche simpliciale. Matroïdes orientés. Théorème de représentation topologique. Matroïdes orientés et programmation linéaire. Combinatoire des mots finis et infinis. Droites discrètes dans le plan. Suites sturmiennes et leurs propriétés extrémales. Suites engendrées par automates finis. Algébricité des séries formelles et théorème de Christol. Diagonales de séries formelles multivariées. Transcendance et complexité.

Bibliographie indicative :

- A. Björner, M. Las Vergnas, B. Sturmfels, N. White, and G. M. Ziegler, *Oriented Matroids*, Cambridge University Press, 2nd edition, 1999.
- R. Diestel, *Graph Theory*, Springer, 4th edition, 2010.
- J. Oxley, *Matroid Theory*, Oxford University Press, 2nd edition, 2011.
- J.-P. Allouche, J. Shallit, *Automatic sequences, Theory, Applications, Generalizations*, 2003, Cambridge University Press.
- M. Lothaire, *Algebraic Combinatorics on Words*, 2002, Cambridge University Press.

### 5MM34. Problèmes multi-échelles : aspects théoriques et numériques (6 ECTS) (second semestre)

**Professeur :** Frédéric Legoll

mel : legoll@lami.enpc.fr

url : <http://cermics.enpc.fr/~legoll/home.html>

**Objectifs de l'UE :** L'objectif de ce cours est d'étudier différents problèmes, déterministes ou stochastiques, et qui ont pour point commun de présenter un caractère multi-échelle, en temps ou en espace. On s'intéressera notamment aux méthodes numériques adaptées à la présence d'échelles variées.

**Prérequis :**

**Thèmes abordés :**

On commencera le cours en se familiarisant avec les techniques classiques d'homogénéisation : convergence à deux échelles, questions de couche limite, homogénéisation stochastique, ...

Dans la suite du cours, on partira de plusieurs modèles physiques pour introduire des problématiques multi-échelles variées. Les outils permettant l'analyse

mathématique et l'analyse numérique de ces problèmes seront ensuite introduits. Les applications suivantes seront abordées :

- Modèles micro-macro pour les solides : Calcul des variations, techniques pour les microstructures, passage à la limite micro/macro, éléments finis.
- Simulation moléculaire multiéchelle : Dynamique moléculaire rapide.
- Modèles micro-macro pour les fluides : Méthodes probabilistes et déterministes, couplages éléments finis et EDS.
- Équations différentielles à plusieurs échelles de temps : Réduction de systèmes, contraintes, ...

### **5MM05 Equations de réaction-diffusion et dynamique des populations biologiques (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeur : Henri Berestycki**

mél : hb@ehess.fr

**Thèmes abordés :** Des phénomènes observés dans des contextes très variés sont représentés par des équations de type réaction-diffusion : dynamique des populations, écologie, épidémiologie, invasions biologiques, comportements collectifs, et aussi : propagation de flammes, transitions de phases, ondes chimiques, etc... Ce cours développera des méthodes mathématiques pour analyser ce type d'équations. Elles seront ensuite mises en oeuvre pour établir une série de résultats importants sur ces problèmes. Une première partie sera consacrée aux propriétés fondamentales des équations elliptiques et paraboliques linéaires et non linéaires. On étudiera ensuite les états stationnaires de ces équations, les propriétés dynamiques et l'existence de solutions de type fronts progressifs. On s'attachera en particulier à en déterminer les vitesses et les formes ainsi que les propriétés qualitatives. La prise en compte de l'hétérogénéité de l'environnement conduit à des généralisations de la notion de fronts progressifs qui seront présentées. On décrira quelques modèles de dynamique des populations pour la biologie et différentes applications. Dans le cadre de ces modèles, on analysera les effets des environnements hétérogènes sur la survie des espèces. On examinera la forme des invasions biologiques en fonction de l'environnement. On développera aussi des modèles permettant de décrire les effets de changements climatiques sur la survie de certaines espèces biologiques.

### **5MM10. Théorie spectrale et méthodes variationnelles (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeurs :** Eric Cancès et Mathieu Lewin

mél : cances@cermics.enpc.fr, Mathieu.Lewin@math.cnrs.fr

**Thèmes abordés :** Dans ce cours nous étudierons certains modèles utilisés en physique quantique pour décrire la matière à l'échelle microscopique (atomes, molécules, gaz uniforme d'électrons, cristaux). Une première partie du cours sera consacrée à la théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints sur un espace de Hilbert, et à son application aux modèles linéaires (équation de Schrödinger). Dans une seconde partie, nous appliquerons des techniques d'analyse non linéaire à l'étude d'autres modèles utilisés en calcul de structure électronique et dans la théorie de Bose-Einstein (théorie de la fonctionnelle de la densité, modèle de Hartree-Fock,

modèle de Gross-Pitaevskii).

**5MM15. Méthodes proximales en traitement de l'information. (6 ECTS)  
(2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeur :** P. L. Combettes

mél : [plc@math.jussieu.fr](mailto:plc@math.jussieu.fr)

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~plc/>

**Objectifs de l'UE :** Application des outils modernes de l'optimisation convexe à la modélisation et la résolution numérique de problèmes de traitement du signal et de l'image. Etude de la complexité de classes de problèmes convexes et d'algorithmes de performance optimale. Applications à l'approximation de problèmes combinatoires et en apprentissage statistique, imagerie, jeux, etc. . .

**Prérequis :** 5MM14 Optimisation continue

**Thèmes abordés :** A) Optimisation convexe et applications au traitement du signal. Modélisation mathématique des signaux, théorie des systèmes linéaires, filtrage, transformées linéaires, méthodes classiques d'inversion, algorithme POCS, méthodes de projections sous-différentielles, algorithme de Polyak, applications aux problèmes d'admissibilité, modèle  $f_1 + f_2$ , décomposition, algorithmes proximaux, algorithmes visqueux, analyse et synthèse proximales d'un signal, décomposition proximale de problèmes inverses, applications diverses (synthèse de signaux sous des contraintes incompatibles, seuillage itératif sous contrainte de parcimonie, déconvolution contrainte, extrapolation et interpolation non linéaires, décomposition géométrie/texture, reconstruction tomographique, variation totale, analyse hiérarchique, décomposition sur des trames).

B) Algorithmes du premier ordre de performance optimale. Régularité et classes de complexité. Optimisation stochastique. Régularisation déterministe et stochastique. Algorithmes de localisation, projections alternées, ellipsoïde, centre analytique. Résolution d'inégalité variationnelles. Approximation de problèmes combinatoires. Bornes d'approximations par méthodes probabilistes. Applications à l'estimation parcimonieuse, au filtrage collaboratif (NETFLIX), à la sélection de covariance, aux jeux matriciels, à la reconstruction de molécules, etc. . .

**5MM33. Jeux répétés à somme nulle : étude asymptotique et uniforme  
(6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeur :** Rida Laraki

mél : [rida.laraki@gmail.com](mailto:rida.laraki@gmail.com)

url : <https://sites.google.com/site/ridalaraki/>

**Objectifs de l'UE :** Le but de ce cours est d'étudier plusieurs dynamiques générées par des interactions stratégiques dans des jeux. Les sujets abordés seront les dynamiques d'adaptation dans les jeux d'évolution, les procédures robustes pour les algorithmes en temps réel et l'approximation stochastique.

**Prérequis :** Bases de théorie des jeux

**Thèmes abordés :** Le cours comporte deux parties :

A) 1. Fictitious play : Temps discret, temps continu et dynamique de meilleure réponse.

2. Dynamique du réplicateur :  $n$  populations, une population, Evolutionary Stable Strategies.
3. Autres dynamiques globales : champs de Nash, unicité de l'indice.
4. Approachability : Théorème de Blackwell, approche potentielle.
5. Consistency : Procédures de regret, smooth fictitious play.
6. Applications : consistency et correlation, calibrating.

B) The second part develops a unified framework to prove the existence, and a variational characterization, of the asymptotic value in zero-sum repeated games.

- 1) Shapley's recursive formula in stochastic games. Extension to games with random duration and to discretization of a continuous time game.
- 2) Overview of standard results : Bewley and Kohlberg's algebraic approach for stochastic games, Aumann and Maschler's martingale approach for repeated games with incomplete information on one side, Mertens and Zamir's system of functional equations for repeated games with incomplete information on both sides.
- 3) The operator approach and applications to repeated games with incomplete information, absorbing games, and recursive games.
- 4) Variational approach for discounted games and applications to repeated games with incomplete information, splitting games and absorbing games.
- 5) Variational approach for repeated games : discretization of a continuous time game and viscosity solution tools.

### 5MM59. Combinatoire topologique et jeux (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)

**Professeur :** F. Meunier

mel : frederic.meunier@enpc.fr

url :

**Prérequis :** Théorie des graphes, Complexité, Polytopes

**Thèmes abordés :**

Complexes simpliciaux ; Quelques généralisations combinatoires de théorèmes d'existence en topologie (Sperner, Tucker, Ky Fan, Scarf) ; Noyaux dans les graphes parfaits ; Théorème du partage du collier ; Les classes de complexité PPA, PPAD et TFNP ; Coloration des graphes et hypergraphes de Kneser.

### 5MM38. Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle (6 ECTS) (2<sup>eme</sup> semestre)

**Professeur :** F. Nataf

mel : nataf@ann.jussieu.fr

url : <http://www.ann.jussieu.fr/~nataf/>

**Objectifs de l'UE :** Il s'agit de donner aux étudiants les outils permettant de comprendre, d'analyser et mettre en oeuvre en Freefem++, les méthodes de décomposition de domaine pour les équations scalaires et les systèmes d'équation aux dérivées partielles.

**Prérequis :**

**Thèmes abordés :** Les points suivants seront traités :

- Analyse d’une méthode de Schwarz avec recouvrement pour un opérateur elliptique
- Cadre abstrait des méthodes additives
- Méthode de Schwarz avec recouvrement
- Nécessité et construction d’un espace grossier
- Conditions d’interfaces optimisées.
- Résultats de convergence par des méthodes énergétiques
- Conditions aux limites transparentes
- applications à des problèmes non-symétriques

**5MM31. Asymptotic analysis and computational methods. Applications to molecular, cellular biology and to neurobiology (synaptic transmission and plasticity) (6 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** D. Holcman

mel : holcman@biologie.ens.fr

url : <http://www.biologie.ens.fr/bcsmcbs/spip.php?article90>

**Objectifs de l’UE :** The goal of this class is to present modeling methods to study cellular microdomains and in particular cytoplasmic (plasmid and viral) trafficking, nucleus organization and the function of the cellular microdomains such as photoreceptors, dendritic spines or synapses. Most of these microdomains are still unavailable to direct experimental recordings and mathematical modeling and simulations is used to analyze some aspect of their functions.

**Prérequis :** notion of partial differential equations, probability, some notions of cellular biology.

**Thèmes abordés :**

Brownian motion, Ito calculus.

Dynkin’s equation, Fokker-Planck equation, Short and long time asymptotics.

Mean first passage time.

The small hole theory with a attracting (resp. repulsive) potential.

Homogenisation theory with many small holes.

Stochastic chemical reactions in a microdomain.

Modeling synaptic transmission, synaptic weight.

Receptor trafficking, synaptic current, Dwell time of a receptor at the synapse. Calcium dynamics in a dendritic spine.

Cellular trafficking.

Modeling of Neuron-Gli interactions.

Summary : Toward a quantitative approach in cellular biology.

**5MM21. Méthodes de Galerkin discontinues et applications (6 ECTS) (2<sup>e</sup> semestre)**

**Professeur :** Alexandre Ern

mel : ern@cermics.enpc.fr

url : <http://cermics.enpc.fr/~ern>

**Objectifs de l'UE :** Il s'agit d'une part de comprendre les fondements théoriques de la méthode et d'autre part d'étudier sa mise en œuvre dans des cas concrets (advection-diffusion, mécanique des fluides, lois de conservation).

**Prérequis :** il est souhaitable de connaître la méthode des éléments finis de Lagrange conformes (par ex., 5MM30), l'approximation variationnelle des EDP (par ex., 5MM36), et la méthode des volumes finis (par ex., NM464)

**Thèmes abordés :** l'UE est organisé comme suit

- formulation et analyse de la méthode pour l'équation de transport stationnaire, liens avec la méthode des volumes finis (3 séances)
- formulation et analyse de la méthode pour la diffusion et l'advection-diffusion, notion de gradient discret (3 séances)
- applications à la mécanique des fluides stationnaires : équations de Stokes et de Navier-Stokes (in)compressibles (3 séances)
- lois de conservation linéaires et non-linéaires : notion de flux, analyse de convergence, applications (3 séances)

**5MM45. Contrôle des EDP, contrôle quantique (6 ECTS)(2<sup>ème</sup> semestre)**

**Professeurs :** Pierre Rouchon (Mines-ParisTech) et Mazyar Mirrahimi (Inria)  
 mel : pierre.rouchon@mines-paristech.fr, mazyar.mirrahimi@inria.fr

<https://who.rocq.inria.fr/Mazyar.Mirrahimi/>

<http://cas.ensmp.fr/~rouchon/index.html>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours présente les méthodes mathématiques pour l'analyse et le contrôle de systèmes physiques intervenant en information quantique. Ces méthodes sont illustrées par des expériences récentes d'électrodynamiques quantique en cavité et de circuits quantiques, expériences qui préparent et protègent des états quantiques contre la décohérence, le principale obstacle à la réalisation d'un ordinateur quantique. Les modèles dynamiques utilisés reposent sur des équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles. Ces modèles s'appuient sur les lois de la mécanique quantique avec l'équation de Schrödinger. Ils peuvent comporter aussi des effets stochastiques très structurés et dus au fait que toute mesure perturbe inévitablement et de façon aléatoire le système considéré. Les méthodes mathématiques présentées reposent sur les notions fondamentales de feedback, de stabilité et de robustesse.

**Prérequis :** Notions de base en mécanique quantique sont souhaitées mais ne sont pas indispensables.

**Thèmes abordés :**

1. Introduction à la mécanique quantique : le système à deux niveaux (qubit), l'oscillateur harmonique et les systèmes composites formés de qubits et d'oscillateurs harmoniques.
2. Systèmes quantiques fermés, Équation de Schrödinger, Systèmes multi-échelles en temps et la réduction de modèle par moyennisation, théorie adiabatique et application en contrôle.
3. Systèmes quantiques ouverts : divers modèles dynamiques en temps discret (chaînes de Markov, applications de Kraus) et leur version en temps continu (équations maîtresses stochastiques, équations de Fokker-Planck).



4. Méthodes Lyapunov stochastiques pour stabiliser un système quantique : application à des expériences d'électrodynamique quantique en cavité (menées par le groupe de S. Haroche, Nobel 2012, et J.-M. Raimond, Laboratoire Kastler-Brossel, ENS et Collège de France).
5. Stabilisation par dissipation d'un système quantique : application à des expériences sur les circuits supraconducteurs quantiques (menées par les groupes de B. Huard à l'ENS et M. Devoret à l'Université de Yale).

### 5MM28. Kinetic models (6 ECTS)(2<sup>ème</sup> semestre)

**Professeur :** François Golse ( ce cours aura lieu à l'Ecole polytechnique)

mel : golse@math.polytechnique.fr

url : <http://www.math.polytechnique.fr/~golse>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est une introduction à l'analyse mathématique des modèles de la théorie cinétique des gaz ou des plasmas

**Prérequis :** Notions de base d'analyse fonctionnelle et d'analyse de Fourier

**Thèmes abordés :**

I. L'équation de transport.

Méthode des caractéristiques, lemmes de moyenne et de dispersion.

II. Les équations de type Vlasov.

1) Le modèle de Vlasov-Poisson : existence, unicité régularité de la solution en dimension 3 (d'après Pfaffelmoser, Lions-Perthame).

2) Le modèle de Vlasov-Maxwell : existence globale de solutions renormalisées (d'après DiPerna-Lions) ; critère d'explosion de Glassey-Strauss

III. L'équation de Boltzmann.

Existence globale de solutions renormalisées.

### 5MM35. Méthodes numériques probabilistes (6 ECTS) (premier semestre)

**Professeur :** Tony Lelièvre

mel : lelievre@cermics.enpc.fr

url : <http://cermics.enpc.fr/~lelievre>

**Objectifs de l'UE :** Ce cours est une introduction aux probabilités avec deux objectifs : comprendre le langage des probabilités qui intervient dans de nombreux modèles (physique statistique, mécanique quantique, chimie, biologie, finance) et présenter quelques méthodes numériques probabilistes qui peuvent notamment être utilisées pour résoudre des problèmes déterministes (résolution d'équations aux dérivées partielles, calcul de la première valeur propre d'un opérateur).

**Prérequis :** On suppose acquis les fondements de la théorie de la mesure et de l'intégration. Les prérequis en probabilités sont très faibles (des rappels sont faits aux premiers cours).

**Thèmes abordés :** On s'attache à présenter les concepts essentiels fondant les méthodes de Monte Carlo, les chaînes de Markov, les processus de diffusion et leurs liens avec les équations aux dérivées partielles. Plusieurs applications illustrent le cours : en physique statistique (méthodes d'échantillonnage d'une mesure de Boltzmann-Gibbs), en dynamique moléculaire (énergie libre, formule de Jarzynski), ou en finance (pricing d'option). Le plan du cours est le suivant :



1. *Variables aléatoires* : espace probabilisé, notions de convergence, théorèmes limites, méthodes de Monte Carlo et de réduction de variance.
2. *Chaînes de Markov* : équations de Kolmogorov, comportement asymptotique (ergodicité), méthodes Markov Chain Monte Carlo.
3. *Processus de diffusion* : processus aléatoires et mouvement brownien, intégrales stochastiques et calcul d'Itô, équations différentielles stochastiques, liens avec les équations aux dérivées partielles (formules de Feynman-Kac et équation de Fokker-Planck), inégalité de Poincaré et comportement asymptotique.

cf. <http://cermics.enpc.fr/~lelievre/ANEDP/ANEDP.html>

**5MM04. A course on homogenization** (6 ECTS) (1er semestre)

**Professeur** : François Alouges (ce cours a lieu à l'Ecole Polytechnique)

url : <http://www.cmap.polytechnique.fr/~alouges/>

**Thèmes abordés** This course is an introduction to homogenization theory with a view on multiscale modeling and numerical simulation. Mathematically, homogenization can be defined as a theory for averaging partial differential equations. It has many potential applications, including the derivation of effective properties for heterogeneous media, the rigorous definition of composite materials, the macroscopic modeling of microscopic systems and the design of multiscale numerical algorithms. We shall illustrate these issues by considering various examples from continuum mechanics, physics or porous media engineering.

We first deal with the homogenization of periodic structures by the method of two-scale asymptotic expansions which will be rigorously justified by the notion of two-scale convergence. We shall discuss issues related to correctors, boundary layers, error estimates as well as some generalizations to the non-periodic case. We then use this periodic homogenization theory as a modeling tool for deriving macroscopic models for heterogeneous media. Finally we introduce so-called multiscale finite element methods for performing numerical homogenization.

**5MM57. Aspects théoriques et numériques pour les fluides incompressibles** (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)

**Professeurs** : Pascal Frey et Yannick Privat

mel : [frey@ann.jussieu.fr](mailto:frey@ann.jussieu.fr)

url :

**Objectifs de l'UE** : amélioration des méthodes de simulation numérique à partir de résultats théoriques d'analyse numérique, à destination des sciences de l'ingénieur.

**Prérequis** : niveau de Master M1 en mathématiques

**Thèmes abordés** : Le cours propose une introduction aux méthodes d'adaptation utilisées dans le contexte de la simulation numérique. Y seront plus spécifiquement abordés les aspects relatifs aux étapes de pré-traitement (maillages, triangulations) et de post-traitement (estimateurs d'erreur, visualisation) de la résolution numérique de problèmes formalisés par des EDP. Le cours développera des aspects théoriques et numériques.

Un projet numérique (facultatif), à réaliser en binôme, est proposé aux étudiants.

**5MM09. Problèmes inverses : analyse mathématique et résolution numérique (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeurs :** Laurent Bourgeois et Houssein Haddar (ce cours aura lieu à l'École Polytechnique)

mel :

url :

**Objectifs de l'UE :**

**Prérequis :** niveau de Master M1 en mathématiques

**Thèmes abordés :** Le cours s'intéressera aux différentes questions mathématiques et numériques que soulève la résolution de problèmes inverses rencontrés dans nombre de domaines : imagerie, contrôle non destructif, géophysique...

La caractéristique principale des problèmes inverses est le défaut de continuité de la solution par rapport aux données. Une partie du cours portera sur les problèmes inverses linéaires, on y introduira d'abord les méthodes de régularisation linéaires puis on étudiera particulièrement les stratégies de régularisation adaptées aux problèmes de traitement d'image. L'autre partie du cours portera sur la résolution de problèmes inverses non linéaires, comme par exemple celui de la détermination d'une géométrie (un défaut, une inclusion, un réservoir, ...) à partir de la connaissance de mesures (solutions du problème direct). On analysera dans un premier temps les questions relatives à l'identifiabilité et la stabilité. Nous étudierons ensuite trois grandes familles de méthodes numériques pour la résolution de tels problèmes.

Les cours se dérouleront sur 12 séances de 2h, et couvriront : Problèmes inverses : méthodes de régularisations linéaires ; Introduction aux méthodes non-linéaires. Reconstruction d'images, de formes, de processus discontinus ; La variation totale. Définition, propriétés. Problèmes de minimisation, existence, régularité, méthodes numériques ; Problèmes inverses non-linéaires en électromagnétisme (diffusion, diffraction) ; Méthodes numériques pour certains problèmes non-linéaires.

**5MM27. Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans le domaine de l'énergie (6 ECTS) (2<sup>o</sup> semestre)**

**Professeurs :** E. Godlewski et Jacques Sainte-Marie

mel : godlewski@ann.jussieu.fr

url :

**Objectifs de l'UE :**

**Prérequis :** niveau de Master M1 en mathématiques

**Thèmes abordés :** Le but de ce cours est d'étudier les modèles d'écoulements de fluides complexes décrits par des EDP hyperboliques dans les contextes de l'énergie hydraulique, de l'exploitation des hydrocarbures des réacteurs nucléaires. On abordera notamment les écoulements à surface libre, les écoulements en milieu poreux et les écoulements diphasiques. Leur étude sera effectuée à la fois d'un point de vue

théorique et du point de vue de l'approximation numérique.

Rappels sur le système de la dynamique des gaz compressible (gaz parfait polytropique) et sur les propriétés classiques des systèmes hyperboliques (vitesses des ondes, entropie, problèmes de Riemann) ainsi que sur les schémas numériques volumes finis uni- et multidimensionnels (Godunov, HLL, Roe) et les propriétés importantes (stabilité, positivité...) et quelques notions concernant les conditions limites.

Energie hydraulique. On s'intéresse dans cette partie aux écoulements d'eau à surface libre, entrant en jeu en situation de rupture de barrages hydroélectriques, mais aussi pour la modélisation de l'océanographie cotière et le transport de polluant. Equations de Saint-Venant, prise en compte de la topographie, de la rugosité du sol. Méthodes numériques adaptées (splitting, schéma préservant l'équilibre, l'asymptotique).

Exploitation des hydrocarbures. Plusieurs modèles d'écoulements de fluides (eau, hydrocarbures) dans des milieux poreux sont étudiés. On mettra notamment l'accent sur la prise en compte de la perméabilité du milieu, qui pourra éventuellement être discontinue. Equation de Buckley Leverett. Modèles d'écoulement en milieu poreux, milieux à perméabilité variable. Lois de conservation à flux discontinu, schémas numériques associés.

Écoulements diphasiques compressibles. Cette dernière partie est dédiée à l'étude de modèles décrivant l'évolution de mélange de fluides (eau et hydrocarbure par exemple) ou de phases différentes d'un même fluide (eau liquide et vapeur d'eau). Ce type d'écoulements intervient dans les conduites pétrolières et dans les circuits d'eau des réacteurs nucléaires. Modèles multicomposants; transition de phase; modèles homogènes (HEM, HRM); modèles moyennés (drift flux, bifluide, Baer-Nunziato). Problème de perte d'hyperbolicité; problème lié à la non conservativité. Modèles de relaxation.

**5MM20. Modeling of growth and regeneration processes in multi-cellular tissues involving agent-based models (6 ECTS) (2nd semestre)**

**Professeur :** Dirk Drasdo

mel : Dirk.Drasdo@inria.fr

url : <http://www-c.inria.fr/bang/DD/drasdo.html>

**Objectifs de l'UE :**

Systems biology has become a rapidly growing field in which theoreticians (mathematicians, computer scientists, engineers, physicists) collaborative closely with experimental partners on biological questions. Currently, systems medicine is emerging addressing in the same way clinical applications. Both, systems biology and medicine address increasingly the multi-cellular scale of cell populations, tissues or whole organs, expressing cellular decisions during tissue organization processes in terms of molecular reactions, signaling, or cell metabolism. In this lecture, we give an overview of current agent-based models in which each cell is represented indivi-

dually. Such models are particularly suited to include intracellular reactions within each individual cell. We discuss mathematical background and the computational algorithms of the models at each scale, and give application examples from biology and medicine. Moreover, we briefly discuss the interface of agent-based models with continuum descriptions, and image analysis chains to quantify image information on spatial-temporal processes in living matter, and give a multiscale example spanning molecular, cell, tissue, organ, and body scale.

**Prérequis :**

It is useful (but not compulsory) to have basic knowledge in stochastic processes and to be able to code small problems in C, C++, or matlab.

**Thèmes abordés :**

Stochastic processes (basics), modeling of chemical reactions, equations of motion, biomechanics (basics), compartment models, growth of tumor / non-tumor cell populations, organ modeling, image analysis (basics)

**5MM22. Mathematical Methods for Neurosciences (6ECTS), 1er semestre**

Professeurs : Olivier Faugeras & Grégory Faye, Ecole Normale Supérieure

**Objectifs de l'UE :** Nous présentons dans ce cours quelques outils mathématiques qui interviennent de manière systématique dans de nombreux problèmes de modélisation en neurosciences. Les prérequis sont une bonne connaissance du calcul différentiel et du calcul des probabilités dans le cadre de la théorie de la mesure.

Sans trahir la rigueur mathématique, le cours s'efforcera de mettre en valeur l'applicabilité aux neurosciences des concepts présentés. Le cours sera complété par des séances d'exercices et de programmation sous Scilab, Matlab ou Maple.

**5MM53. Contrôle en dimension finie et infinie (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur :** Emmanuel Trélat

mel : emmanuel.trelat@upmc.fr

url : <http://www.ljll.math.upmc.fr/~trelat/>

**Objectifs de l'UE :** La théorie du contrôle est une branche des mathématiques permettant de contrôler un système sur lequel on a une action, une commande (comme une voiture, une fusée, une réaction chimique, un système biologique, un marché financier, etc). Le problème de contrôlabilité consiste alors à déterminer une loi de contrôle permettant d'emmener, de guider ce système vers un certain état final désiré. L'objectif de ce module est de donner des résultats d'analyse permettant d'aborder la contrôlabilité, le contrôle optimal, la stabilisation, et l'observabilité de systèmes linéaires et non linéaires.

On parle de contrôle optimal lorsque, en plus de contrôler un système (i.e., de le guider vers un état final), on veut de plus minimiser un certain critère – par exemple, minimiser une consommation, maximiser un rendement. On parle de stabilisation lorsqu'on veut construire un feedback, i.e. un contrôle dépendant de l'état, afin de rendre le système autonome, ou bien robuste aux perturbations extérieures. On parle d'observabilité lorsqu'on cherche à reconstruire l'état complet d'un système à partir d'observations partielles de cet état.

De nombreux exemples concrets seront donnés, dans diverses disciplines (mécanique, biologie, maths financières, électronique, etc).

**Prérequis :** Aucun.

**Thèmes abordés :**

- Contrôlabilité : systèmes linéaires autonomes (Kalman), instationnaires (Gramienne). Systèmes non linéaires : résultats de contrôlabilité locale.
- Contrôle optimal : principe du maximum de Pontryagin. Cas particulier des systèmes linéaires. Théorie linéaire-quadratique, équation de Riccati, régulation. Systèmes non linéaires, exemples et exercices. Applications en maths bios, en mécanique, en maths financières.
- Stabilisation : systèmes linéaires (placement de pôles), stabilisation locale pour des systèmes non linéaires. Théorie de Lyapunov, Lasalle. Méthode de Jurdjevic-Quinn. Applications en aérospatiale, en maths bios.
- Introduction au contrôle en dimension infinie : semi-groupes, opérateur de contrôle, admissibilité, observabilité. Exemples : chaleur, ondes, Schrödinger. Méthode HUM. Etude de quelques EDP non linéaires élémentaires.

**Support de cours :** <https://www.ljll.math.upmc.fr/~trelat/fichiers/livreopt2.pdf>

### 5MMEE. Solutions faibles des équations d'Einstein (6 ECTS) (1er semestre)

**Professeur :** P. Le Floch

**Objectifs de l'UE :** Ce cours propose une introduction aux équations d'Einstein de la relativité générale et à leur couplage avec les équations d'Euler des fluides compressibles. L'objectif principal est de présenter la théorie des solutions faibles (ondes gravitationnelles, ondes de choc) des équations d'Einstein pour les espaces-temps admettant des champs de Killing (ou symétries). Ce cadre mathématique permet d'aborder des questions fondamentales en astrophysique et en cosmologie.

**Prérequis :** Bases élémentaires de géométrie différentielle

**Thèmes abordés :** Notion de géométrie lorentzienne et feuilletages par des hypersurfaces de type "espace".

Formulation du problème de Cauchy pour les équations d'Einstein.

Définition et existence d'un développement globalement hyperbolique maximal.

Equations d'Euler des fluides parfaits compressibles et problème de Cauchy.

Solutions faibles des équations d'Einstein.

Champs de Killing et feuilletages par des hypersurfaces d'aire constante.

Propriétés asymptotiques des espaces-temps avec symétrie T2 et complétude géodésique dans le futur.

Formation de surfaces piégées dans les fluides parfaits compressibles.

### NM539. Modèles probabilistes en Neurosciences (6ECTS) 2nd semestre

**Professeure :** Michèle Thieullen Université Pierre et Marie Curie

**Objectifs de l'UE :** Les phénomènes biophysiques observés en neurosciences sont d'une grande complexité. Pendant de nombreuses années leur modélisation a reposé sur des modèles déterministes, mais il est maintenant bien établi que les modèles

stochastiques sont indispensables pour décrire avec précision certains phénomènes. Dans ce cours nous décrirons les grands types de modèles stochastiques existants. Pour chaque type nous identifierons les questions probabilistes soulevées et les outils nécessaires de la théorie des probabilités seront introduits. On abordera par exemple les questions suivantes : premier temps de passage, systèmes lents-rapides, applications des grandes déviations, comportement stationnaire, approximation diffusion. Le lien avec certaines équations aux dérivées partielles sera souligné sur des exemples.

**NMX06. Arbres Aléatoires pour la biologie évolutive (6ECTS) 2nd semestre**

**Professeur :** A. Lambert, Université Pierre et Marie Curie

**Objectifs de l'UE :** Ce cours a pour but d'étudier et de comprendre les propriétés mathématiques de certains arbres aléatoires notamment utilisés en biologie évolutive pour modéliser les généalogies, les pedigrees ou les phylogénies.

**Thèmes abordés :** La majeure partie du cours sera consacrée aux arbres aléatoires discrets, dont nous introduirons les trois principales classes de modèles : les modèles de dynamique des populations (processus de GaltonWatson, processus de naissance et de mort, splitting trees), les modèles de génétique des populations (modèles de Cannings, WrightFisher, dEldonWakeley) et les modèles d'arbres phylogénétiques ("Markov branching models" dAldous). Dans le cas des processus de branchement, nous montrerons comment le processus de contour d'un arbre permet d'en extraire certaines propriétés.

La plupart de ces arbres aléatoires sont interprétés dans leur définition primitive comme la trace de la dynamique d'une population de particules (une particule pouvant être la copie d'un gène, une cellule, un organisme individuel, ou une colonie d'individus, voire une espèce) qui meurent et se reproduisent au cours du temps. Un rôle particulier est joué en biologie évolutive par l'arbre réduit, qui est l'arbre généalogique des particules vivantes à un temps donné. Nous étudierons deux exemples d'arbres réduits dont il existe une description très élégante dans le sens rétrospectif du temps : le coalescent de Kingman et le processus ponctuel de coalescence.

La troisième partie du cours sera consacrée à l'étude fine des topologies des arbres aléatoires que nous avons introduits, en particulier dans le cadre des Markov branching models. Nous étudierons notamment le comportement d'une mesure de déséquilibre des arbres communément appelée  $\Phi$ .

Dans la quatrième partie du cours, les particules seront munies de types hérissables (haplotype, trait phénotypique), et nous caractériserons la partition allélique de la population, prise dans sa totalité ou à temps fixe. Cette partie fait intervenir des objets très importants en génétique des populations et en probabilités discrètes, comme le processus du restaurant chinois, la formule de déchantillonnage d'Ewens ou la distribution de Griffiths-Engen-McCloskey (GEM). Si le temps le permet, nous terminerons par l'étude de certaines limites d'échelle de ces arbres : processus de branchement.

**5MM11. Calculus of variations and variational convergence (2nd semestre)**

**Professeur :** Antonin Chambolle (ce cours aura lieu à l'Ecole Polytechnique)

mel : antonin.chambolle@cmap.polytechnique.fr

<http://www.cmap.polytechnique.fr/~antonin>

**Objectifs de l'UE** : introduction aux problèmes de calcul des variations, avec application notamment en mécanique des milieux continus

**Prérequis** : analyse fonctionnelle : espaces de Hilbert, Banach, Sobolev, un peu de convexité.

**Thèmes abordés** : minimisation d'énergie, existence, problèmes de semi-continuité notamment en mécanique. Convergence variationnelle (ou  $\Gamma$ -convergence) : transition de phase, passage discret-continu. Flots de gradients, Rupture.

### 5MM26. Modélisation directe et indirecte en hémodynamique (2nd semestre)

**Professeur** : Jean-Frédéric Gerbeau

mel : jean-frederic.gerbeau@inria.fr.

**Objectifs de l'UE** : Simulation numérique des écoulements sanguins

**Prérequis** :

**Thèmes abordés** :

Ce cours abordera quelques problèmes rencontrés en simulation numérique des écoulements sanguins. Une hiérarchie de modèles sera présentée :

- modèles tri-dimensionnels de portions d'artère, incluant des effets d'interaction fluide-structure entre la paroi des vaisseaux et l'écoulement du sang ;
- modèles mono-dimensionnels hyperboliques, permettant en particulier l'étude de la propagation d'ondes de pression dans un réseau artériel.
- modèles zéro-dimensionnels pour une représentation globale du système cardiovasculaire, incluant des mécanismes de contrôle et de régulation.

Dans chaque cas nous mettrons l'accent sur des difficultés numériques d'intérêt général, dont la compréhension dépasse le cadre de l'hémodynamique (algorithmes de couplage multiphysique, conditions aux limites, estimation de paramètres partir de mesure, etc.)

### 5MM39. Modèles de croissance de tissus biologiques (6 ECTS) ( 2nd semestre)

**Professeur** : Luis Almeida et Benoît Perthame

mel : benoit.perthame@upmc.fr

<http://www.ljll.math.upmc.fr/~perthame/>

**Objectifs de l'UE** : Cette UE présentera quelques aspects de la modélisation mathématique de la réparation et de la croissance de tissus biologiques en s'appuyant sur des aspects applicatifs et en abordant les questions mathématiques qu'ils posent.

**Prérequis** : Bases sur les systèmes différentiels, les équations paraboliques et leurs solutions faibles, bases d'analyse fonctionnelle

- Thèmes abordés** :
1. Quelques aspects des cancers et de leur traitement sur des systèmes différentiels (quiescence, angiogenèse, immunothérapies)
  2. Modèles spatiaux d'invasion de type Hele-Shaw (sphéroïdes)
  3. De l'échelle de la cellule aux tissus
  4. Modèles de réparation tissulaire et de cicatrisation

**5MM29. Calcul haute performance, algorithmes parallèles d’algèbre linéaire à grande échelle, stabilité numérique (6ECTS), 2nd semestre**

**Professeure :** Laura Grigori INRIA & LJLL

**Objectifs de l’UE :**

L’objectif de l’UE est de donner les notions de base permettant de concevoir des algorithmes numériques parallèles efficaces, ainsi qu’une introduction aux algorithmes les plus récents en algèbre linéaire numérique à grande échelle, une analyse de leur stabilité numérique, associée à une étude de leur complexité en terme de calcul et communication. Les opérations considérées correspondent aux étapes les plus coûteuses se trouvant au coeur de nombreuses simulations numériques complexes.

**Thèmes abordés :**

Introduction au calcul parallèle : survol des machines parallèles et modèles de programmation, introduction aux routines MPI pour programmer une machine parallèle, approches pour identifier le parallélisme dans les simulations numériques. Algorithmes parallèles et leur stabilité numérique pour des opérations en algèbre linéaire numérique : méthodes d’orthogonalisation, problèmes aux moindres carrés, résolution des systèmes linéaires. Une introduction aux algorithmes parallèles développés ces dernières années minimisant les communications dans une machine parallèle, compromis parallélisation-stabilité. Au-delà de l’algèbre linéaire, quelques exemples : algorithmes parallèles pour le calcul de la transformée de Fourier rapide, problèmes de partitionnement de domaines/graphes entre plusieurs processeurs. Des travaux pratiques sur machines.

Un TP sera consacré à l’utilisation des GPUs. Le cours comprend un projet qui sera réalisé sur une machine avec une centaine de processeurs.

**NM010. Modélisation de la résistance des bactéries aux antibiotiques (6 ECTS) (2ème semestre)**

**Professeur :** G. Thomas, P.-Y. Boelle

mel : [guy.thomas@upmc.fr](mailto:guy.thomas@upmc.fr), [pierre-yves.boelle@upmc.fr](mailto:pierre-yves.boelle@upmc.fr)

url : [http://www.u707.jussieu.fr/www\\_u707/annuaire/home\\_u444/thomas\\_g/](http://www.u707.jussieu.fr/www_u707/annuaire/home_u444/thomas_g/)

url : [http://www.u707.jussieu.fr/www\\_u707/annuaire/home\\_u444/thomas\\_g/](http://www.u707.jussieu.fr/www_u707/annuaire/home_u444/thomas_g/)

**Objectifs de l’UE :** Apprendre des différentes méthodes de modélisation probabiliste et d’analyse de modèles épidémiologiques.

**Prérequis :** Bases de probabilités.

**Thèmes abordés :** Construction d’un modèle aléatoire permettant d’étudier l’émergence de bactéries résistantes aux antibiotiques et leur diffusion dans la population. Son analyse détaillée par de divers outils probabilistes : la théorie des processus markoviens de sauts, des martingales et des semi-martingales, et de la convergence en loi dans les espaces de Skorokhod.

**5MM50. Méthodes mathématiques et analyse numérique pour le simulation moléculaire (6 ECTS) (2ème semestre)**



**Professeur** : Gabriel Stoltz (Ecole Nationale des Ponts et Chaussées)

mel : stoltz@cermics.enpc.fr

<http://cermics.enpc.fr/~stoltz>

**Objectifs de l'UE** : Ce cours est une introduction à la simulation moléculaire, qui est la version computationnelle de la physique statistique. Ces techniques numériques sont couramment utilisées dans de nombreux domaines d'application (physique, chimie, biologie) mais sont encore trop peu étudiées d'un point-de-vue mathématique.

**Prérequis** : Un cours de processus stochastiques tel que le cours fondamental de "Méthodes numériques probabilistes" de Tony Lelièvre

**Thèmes abordés** :

Ce cours commence par une séance d'introduction aux concepts les plus importants de la physique statistique, notamment la description des macroétats d'un système par une mesure de probabilité.

On présente ensuite l'échantillonnage des états à énergie constante par l'intégration en temps long de la dynamique Hamiltonienne (théorie de l'intégration géométrique).

On se tourne dans un second temps vers l'échantillonnage des états à température constante par la dynamique de Langevin, en étudiant notamment la convergence de la loi de ce processus stochastique par les techniques d'hypocoercivité. On considère également les erreurs numériques engendrées par la discrétisation de la dynamique de Langevin.

En fonction du temps, on s'intéressera au calcul de différences d'énergies libres en considérant une méthode numérique dont la convergence est équivalente à celle d'une équation de Fokker-Planck non-linéaire ; et/ou à la réponse linéaire de systèmes hors d'équilibre, en étudiant un développement perturbatif d'un opérateur de Fokker-Planck modifié.

### **5MM19. Méthodes de problèmes inverses et applications en dynamique des populations (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeure** : M. Doumic

mel : marie.doumic@inria.fr

<https://www.rocq.inria.fr/bang/Marie-Doumic/index.html>

**Objectifs de l'UE** : L'objectif de ce cours est de d'introduire la notion de problème inverse et les principales difficultés de ce domaine. A travers l'étude de l'exemple classique de l'estimation de la dérivée d'une fonction à partir d'une mesure bruitée, on donnera un panorama des méthodes existantes et de leurs spécificités (méthodes de régularisation, moindres carrés, estimation par noyau, multi-échelle), en terminant par un focus sur des applications en dynamique des populations. Le lien entre vision statistique et vision analytique de ces problèmes sera établi à travers l'exemple classique de l'estimation d'une densité et de sa dérivée.

**Prérequis** : Analyse niveau M1

**Thèmes abordés** : problème inverse, méthodes de régularisation, assimilation de données, bruit statistique, dynamique des populations.

### **5MM03. Mathematical methods in biology (6 ECTS) (1er semestre)**

**Professeur** : N. Vauchelet  
mel : vauchelet@ann.jussieu.fr  
<https://www.ljll.math.upmc.fr/~vauchelet/>

**Objectifs de l'UE** : The aim of this course is to present examples of mathematical modeling in the life sciences and to introduce some useful tools for pursuing studies in this area.

**Prérequis** : It is better (although not mandatory) to have some basic knowledge in ODE and to have followed the basic course in PDE of this master program.

**Thèmes abordés** : Population Dynamics - single species and interaction between species. Structured populations. Reaction kinetics and pharma-kinetics/pharmodynamics. Reaction-diffusion equations and front propagation in Biology. Turing instability. Cell motion and chemotaxis.

### 5MM07. Homogénéisation stochastique (6 ECTS) (2nd semestre)

**Professeur-e-s** : Xavier Blanc  
mel : blanc@ann.jussieu.fr  
<http://www.ljll.math.upmc.fr/~blanc>

**Objectifs de l'UE** : Proposer une introduction à l'homogénéisation stochastique des équations aux dérivées partielles (EDP). Cette théorie vise à approximer une EDP dont les coefficients oscillent rapidement (et de façon aléatoire) par une équation aux dérivées partielles "moyenne" équivalente.

**Prérequis** : Il est souhaitable de connaître les bases de la théorie des équations aux dérivées partielles d'ordre 2 (principe du maximum, existence, unicité).

**Thèmes abordés** : Nous commencerons par présenter le cadre général de la théorie ergodique adaptée à ce type d'étude. Puis nous étudierons différentes applications de ce cadre. D'abord les EDP elliptiques linéaires, puis non linéaires. D'autres types d'équations (paraboliques ou de transport) seront abordés dans ce cadre. Enfin, une étude spécifique dans le cas où la structure aléatoire est "proche" d'une structure périodique sera présentée.

### 5MM07. Optimisation stochastique (6 ECTS) (2nd semestre)

**Professeur** : F. Bonnans

## 6.7 Responsables et sites

Le responsable de cette spécialité est :  
Emmanuel Trélat  
et l'adresse du site web est <http://www.ljll.math.upmc.fr/MathModel/>

**Secrétariat** : Francelise Hardoyal  
mel : francelise.hardoyal@upmc.fr  
Campus Jussieu, bureau 15-25, 1.07 - tél. : 01 44 27 51 14

# Chapitre 7

## Master 2, Spécialité Ingénierie mathématique

### 7.1 Objectifs et descriptions

Le but de cette spécialité qualifiée de *professionnelle* est de former des mathématiciens appliqués de haut niveau, ayant, outre les qualités associées habituellement à une formation solide en mathématiques, une réelle maîtrise de l'outil informatique, les rendant aptes à intervenir dans le monde de l'entreprise ou des services.

### 7.2 Débouchés professionnels

Une compétence double et un stage de quatre mois minimum en entreprise donnent accès à des débouchés variés dans les secteurs utilisant la modélisation, la simulation numérique, l'estimation ou la prévision (R&D dans l'industrie, SSII, Banque, Assurance). Les meilleurs étudiants peuvent aussi continuer en thèse, le plus souvent en mathématiques appliquées, en milieu universitaire, dans un centre de recherche (comme l'IFPen, ONERA, etc.) ou dans l'entreprise ou l'industrie (thèse Cifre). Les débouchés du parcours IFMA (Ingénierie Financière et Modèles Aléatoires) sont plus spécifiquement les banques, les compagnies d'assurance et les sociétés de services informatiques spécialisées dans la gestion des instruments financiers.

La liste des stages effectués ces dernières années, consultable sur les sites des formations, atteste de la réalité de l'insertion de cette spécialité dans ces différents secteurs professionnels.

### 7.3 Organisation

Le master Ingénierie mathématique propose deux parcours différenciés. Chaque parcours est assez contraint, et ne permet que peu de choix dans les enseignements suivis. Les deux parcours ont une structure en UE identique, avec certains enseignements de probabilités-statistique ou d'analyse numérique communs. Un cours obligatoire d'Anglais est également commun aux deux cursus, il est assuré par le

Département de langues qui offre la possibilité d'un entraînement au Toeic. Un cycle de conférences hebdomadaires de présentation de l'entreprise par des intervenants extérieurs est proposé pour chaque parcours.

La première partie de l'année à l'université est structurée en trois blocs : un bloc de base (6 semaines), un bloc fondamental (7 semaines), et un bloc de spécialité (7 semaines). A la fin du premier bloc, une évaluation systématique permet aux étudiants de se situer, et ce découpage permet certaines passerelles entre parcours ou avec d'autres spécialités de M2. A la suite de cette période de formation (à partir du mois de mars), les étudiants effectuent un stage long en immersion complète en entreprise ou dans un grand centre de recherche. Une unité d'OIP spécifique les aide à préparer cette expérience professionnelle.

Cette spécialité permet, pour les étudiants sélectionnés, de s'inscrire dans la filière "Big data" et de suivre les compléments de formation associés à ce certificat.

## Parcours MPE

Le parcours *Mathématiques Pour l'Entreprise* (MPE) (ex-Dess de mathématiques appliquées) est assez encadré. Les étudiants suivent tous des enseignements théoriques et pratiques d'analyse numérique et calcul scientifique, complétés par une formation en ingénierie mathématique de l'un des deux domaines

- mécanique (des fluides et des solides),
- probabilités et statistique.

Les unités Analyse numérique-calcul scientifique sont donc communes aux deux filières, elles sont complétées par les unités d'Ingénierie qui sont à choisir suivant le domaine choisi. Les cours TD, TP sont obligatoires au premier semestre (septembre-février). Les étudiants effectuent des projets dans chaque matière. Un cours d'informatique scientifique et des travaux pratiques d'implémentation numérique permettent la mise en œuvre effective de méthodes numériques (Programmation en C, C++ et Matlab). Des projets avancés (en C++, calcul parallèle, code Saturne, code\_Aster), un projet collaboratif (utilisant le logiciel Freefem++), des cours complémentaires (programmation Java ou Python, VBA, Cuda,..) sont choisis suivant les filières, ils permettent de conforter le domaine de compétences ou de se préparer au stage. Un cours obligatoire d'Anglais fait partie du cursus.

L'unité d'insertion professionnelle est proposée de façon spécifique à ce parcours. Elle permet aux étudiants une meilleure connaissance des débouchés très variés et leur fournit de bons outils d'insertion (rédaction du CV, préparation au stage, recherche d'un premier emploi).

Les étudiants effectuent à partir de mars un stage long d'au moins quatre mois (mais le plus souvent six mois) en entreprise. Pendant le stage, ils ne suivent plus de cours et sont complètement insérés dans l'entreprise. Des exposés de mi-stage sont organisés ainsi qu'une soutenance finale devant un jury, avec rédaction d'un rapport, ce qui complète leur expérience professionnelle. La brochure des résumés de stage disponible sur le site de la formation permet de se rendre compte de la variété des stages effectués par les étudiants.

## Parcours IFMA

Le parcours *Ingénierie financière et modèles aléatoires* (IFMA) a été créé en 2006 pour répondre à une demande, les débouchés dans le secteur bancaire pour des étudiants formés aux mathématiques financières étant actuellement très bons. Ce parcours a pour objectif de former des ingénieurs mathématiciens ayant une triple compétence en calcul stochastique et finance mathématique, informatique et statistiques. Le parcours prépare à l'évaluation et à la gestion quantitative des risques aléatoires tant du point de l'analyse stochastique que de leur traitement statistique et numérique.

La présence à tous les cours du parcours est obligatoire. Après les deux cours de base, les deux unités du premier semestre (fin octobre - décembre) regroupent les cours fondamentaux de la formation qui permettent d'acquérir les outils mathématiques et numériques nécessaires en finance quantitative (finance de marché), et forment à la programmation en C++. L'autre unité de spécialisation en programmation VBA et sur carte graphique (GPU) complète cette formation. En vue de faciliter l'insertion professionnelle, des cours sont donnés par des professionnels de la finance sur des sujets pointus.

Les étudiants effectuent à partir de mars un stage long d'au moins quatre mois (mais le plus souvent six mois) en entreprise. Pendant le stage, ils ne suivent plus de cours et sont complètement insérés dans l'entreprise.

## 7.4 Publics visés, prérequis

Cette spécialité s'adresse à des titulaires d'une première année de Master de Mathématiques (une composante de mathématiques appliquées est souhaitée) ou de Mécanique (pour le parcours MPE-mécanique), ou de titres équivalents. Pour le parcours MPE, des connaissances de base en analyse numérique matricielle et des équations différentielles ordinaires (EDO), et en équations aux dérivées partielles (EDP) sont souhaitées. Le parcours IFMA (Ingénierie Financière et Modèles Aléatoires) s'adresse à des candidats ayant déjà une formation en probabilités de niveau M1. Admission sur dossier (pour chaque parcours).

## 7.5 Description des UE

La spécialité propose 8 UE scientifiques à 6 ects chacune, 3 pour le premier bloc de base, 3 pour le deuxième bloc fondamental, 2 pour le dernier bloc de spécialisation. Chaque étudiant suit 2 UE pour le bloc de base, 2 pour le bloc fondamental, 1 pour le bloc de spécialisation, soit 30 ects. Une UE de spécialisation à 3 ects complète la formation scientifique ; les 27 ects restant correspondent à l'OIP (3 ects), l'Anglais (3 ects) et le stage (21 ects).

Les UE d'Ingénierie 1 (5MI001, bloc de base) et Ingénierie 2 (5MI004, bloc fondamental) sont communes à IFMA et à MPE. Elles offrent des cours dans les deux domaines d'application (probabilités - statistique ou mécanique), le choix de ces cours et celui des autres UE sont dictés par le parcours choisi (IFMA ou MPE).

## Unités proposées communes aux deux parcours

**5MI01. UE - Ingénierie 1 (6 ECTS) (semestre S3, bloc de base)**

**5MI04. UE - Ingénierie 2 (6 ECTS) (semestre S3, bloc fondamental)**

Ces deux unités sont constituées de plusieurs petites unités choisies parmi les enseignements suivants, qui peuvent se continuer d'une période à l'autre.

### • Modèles aléatoires

**Professeur** : Olivier Bardou ; William Lair ; Michèle Thieullen

mel : olivier.bardou@gdfsuez.com

**Objectifs** : Introduire les outils probabilistes nécessaires à la modélisation et le traitement de l'incertain dans les problèmes rencontrés dans l'industrie (économétrie, gestion de stocks, optimisation stochastique, réseaux de télécommunications).

**Prérequis** : Notions de base en probabilités, une initiation aux chaînes de Markov est souhaitable.

**Thèmes abordés** : Différents modèles Markoviens à temps discret et à temps continu, applications aux chaînes contrôlées et aux chaînes cachées, techniques de simulations. Théorie des extrêmes ; mesures de risques ; copules ; PDMP.

### • Méthodes de Monte-Carlo

**Professeur** : Vincent Lemaire

mel : vincent.lemaire@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire>

**Objectifs** : Méthodes de Monte-Carlo.

**Prérequis** : Notions de base en probabilités.

**Thèmes abordés** : Généralités sur les méthodes de Monte-Carlo et Quasi-Monte Carlo (différents modes de simulation, réduction de variance, notion de discrédance et de dimension effective).

### • Analyse des données et modèles linéaires

**Professeur** : Bertrand Michel

mel : bertrand.michel@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/michelb.html>

**Objectifs** : Fournir les outils statistiques de l'analyse des données multidimensionnelles et de la régression. Introduction à l'utilisation de logiciels statistiques.

**Prérequis** : Probabilités (vecteurs Gaussiens, lois de chi-deux, de Student, etc.), algèbre linéaire.

**Thèmes abordés** : Modèle linéaire, analyse en composantes principales, analyse discriminante, régression logistique, utilisation de SAS ou du logiciel R.

### • Séries temporelles et filtrage

**Professeur** : Jean-Patrick Baudry

mel : jean-patrick.baudry@upmc.fr

**Objectifs** : Fournir les outils statistiques pour l'estimation et la prévision.

**Prérequis** : Probabilités (vecteurs Gaussiens, lois de chi-deux, de Student, etc.), algèbre linéaire.

**Thèmes abordés :** Vecteurs aléatoires du second ordre et vecteurs gaussiens. Préviation linéaire. Modèle de Kalman. Séries temporelles et ARMA.

• **Introduction à la mécanique des milieux continus. Mécanique des fluides. Mécanique des solides.**

**Professeurs :** Arnault Monavon, Philippe Druault.

Intervenants extérieurs : Mickaël Abbas, Emmanuel Boyère, Josselin Delmas (ingénieurs-chercheurs EDF - R&D).

mel : arnault.monavon@upmc.fr, philippe.druault@upmc.fr

**Objectifs :** Apporter les connaissances nécessaires à la modélisation, à la conception de programmes, à l'utilisation et au développement de grands codes de calcul de mécanique des fluides et des solides.

**Prérequis :** Il n'est pas nécessaire que le cursus suivi comporte une initiation aux thèmes fondamentaux pour la mécanique des milieux continus, solides et fluides.

**Thèmes abordés :** Initiation à la mécanique des milieux continus : cinématique, déformations, efforts intérieurs (approche classique), bilans, lois de conservation.

Mécanique des fluides : phénomènes de diffusion, couche limite dynamique et thermique (convection forcée et naturelle). Notions sur les écoulements turbulents : formalisme de Reynolds, outils de mesures, simulations numériques, caractérisation des mouvements tourbillonnaires en écoulement turbulent.

Une grande place est réservée aux travaux encadrés sur des sujets applicatifs, par exemple : refroidissement d'une fibre optique, hydrodynamique des filets de pêche, mouvements tourbillonnaires en écoulement de couche de mélange plane, reconstruction-analyse des mouvements tourbillonnaires (krigeage; Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres, Estimation Stochastique; réalisation d'un projet en Matlab).

Mécanique des solides : formulation thermodynamique des lois de comportement, méthodes de résolution de problèmes de diffusion, de thermo-élasticité linéaire, de viscoélasticité linéaire et de plasticité parfaite.

Initiation à des codes de calcul utilisés dans l'industrie : code\_Aster.

**5MI09. UE - Programmation (3 ECTS) (semestre S3, bloc spécialisation)**

• **Programmation avancée des outils en bureautique et bases de données (Excel, VBA, SQL)**

Intervenant : Jocelyn Rameaux (SGAM)

**Objectifs :** Assurer une formation appliquée sur Excel, à la programmation en VBA et SQL et à l'insertion de routines écrites en C++.

**Prérequis :** Notions de base en C/C++.

**Thèmes abordés :** Utilisation d'Excel et programmation en Visual Basic. Bases de données, SQL. Intégration d'exécutables programmés en C++.

• **GPU**

Intervenant : Lokman Abbas-Turki

**Objectifs de l'UE :** Introduire aux techniques de programmation sur carte graphique.

**5MOI1. UE - Insertion professionnelle (3 ECTS) (semestre S4, bloc spécialisation)**

**Professeurs :** Vincent Lemaire, Marie Postel  
mel : vincent.lemaire@upmc.fr, marie.postel@upmc.fr  
<http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire/>,  
<http://www.ljll.math.upmc.fr/~postel/>

L'organisation de cette UE est partiellement spécifique à chaque parcours, dans le but de mieux cibler les débouchés respectifs.

**Objectifs de l'UE en IFMA :** Donner aux étudiants une bonne connaissance des débouchés de l'ingénierie financière et les outils leur permettant de s'insérer rapidement dans le secteur de la finance.

**Thèmes abordés :** Les étudiants participeront au séminaire de la spécialité Probabilités et Finance le vendredi. De plus, des extérieurs interviennent pour apporter des compléments de formation importants pour l'insertion professionnelle.

• **Options de change**

Intervenant : Adrien Bourgerie (Analyste - Thomson Reuters)

• **Gestion de Portefeuille**

Intervenants : Simon Mauffrey (Phitrust Active Investors) et Hassan Malongo (Crédit Agricole Asset Management)

**Thèmes abordés :**

- Classes d'actifs et styles de gestion
- Indicateurs de risques
- Mesures de performance : VaR, CVar
- Allocation de Markowitz, constructions de portefeuilles diversifiés
- Stratégies d'investissement : Buy-and-Hold, Constant-Mix, Trend Following / Mean reverting

**Objectifs de l'UE en MPE :** Connaissance de l'entreprise. Soutien pour la recherche et la conduite du stage. Construire son projet professionnel.

L'UE s'articule autour de cinq ateliers et une conférence entreprise hebdomadaire au premier semestre ainsi qu'une journée mi-stage en mai. Des intervenants extérieurs apportent une ouverture vers des thématiques nouvelles (par exemple traitement du signal, automatique).

**Thèmes abordés :** Les différents métiers, en particulier d'ingénieur, et les secteurs, fonctions et profils associés; la place de ces différents métiers dans une entreprise.

Enjeux du stage. Identifier les entreprises. Explorer des missions possibles en entreprise. Proposer des compétences à l'entreprise.

CV, lettre de motivation, préparation à l'entretien. Conseils pour la conduite du stage. Les étudiants doivent également préparer leur participation à l'Atrium des métiers de l'UPMC, au Forum Emploi Maths (s'il est organisé ou à un Forum métier analogue).

Intervention d'ingénieurs de recherche : A. Chapelon (Thalès CS), B. Mironescu (RTE R&D).

**5Mxxx. UE - Anglais (3 ECTS) (semestre S3)**

L'enseignement est assuré par le département de langues (essentiellement en ligne, quelques ateliers en présence). Préparation au test Toeic, ou Anglais professionnel.



**5MI20. UE - Stage ingénierie long (21 ECTS) (semestre S4)**

**Professeurs :** Marie Postel (pour MPE), Vincent Lemaire, Emmanuel Schertzer (pour IFMA)

mel : marie.postel@upmc.fr, vincent.lemaire@upmc.fr,  
emmanuel.schertzer@upmc.fr

**Objectifs de l'UE :** Cette expérience professionnelle, la première de cette ampleur par la durée et le niveau des tâches effectuées, est essentielle pour l'insertion ultérieure des étudiants dans le marché du travail. Elle est très valorisante et leur permet d'aborder la recherche du premier emploi avec un bagage scientifique et professionnel consistant. Pour les étudiants qui effectuent un stage de qualité en centre de recherche, elle peut éventuellement leur donner la possibilité d'obtenir une bourse de thèse pour continuer le travail de recherche appliqué initié pendant le stage, ou d'aborder un travail sur des thématiques proches dans une autre équipe.

**Thèmes abordés :** Immersion totale dans l'entreprise, dans un secteur correspondant au parcours suivi : banque, assurance, sociétés de conseil, SSII, services de statistiques dans des établissements divers,...) ou pour le parcours MPE dans un centre de recherche public (CEA, IFPen, INRIA, ONERA) ou du secteur industriel (automobile, aéronautique, BTP, énergie, télécom, transport, électronique,...).

Suivi pédagogique assuré par un enseignant de la formation, réunion à mi-stage (en MPE), rédaction d'un rapport, soutenance officielle devant un jury composé des responsables de parcours, d'enseignants chercheurs concernés et de l'encadrant du stage en entreprise.

**Unités spécifiques proposées au parcours MPE**

**5MI03 - UE - Analyse numérique-Calcul scientifique 1 (6 ECTS) (semestre S3, bloc de base)**

**5MI06 - UE - Analyse numérique-Calcul scientifique 2 (6 ECTS) (semestre S3, bloc fondamental)**

**Professeurs :** Pascal Frey, Edwige Godlewski, Frédéric Hecht, Marie Postel, François-Xavier Roux.

Intervenants extérieurs : Max Cerf (ingénieur Airbus Defence & Space), Xavier Juvin (ingénieur de recherche à l'Onera)

mel : edwige.godlewski@upmc.fr

**Objectifs de ces UE :** Donner les bases mathématiques et informatiques nécessaires pour la résolution et la simulation numérique des problèmes industriels ou du monde de l'entreprise modélisés par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) et pour la résolution de problèmes d'optimisation.

**Prérequis :** Connaissances de bases en analyse numérique (matricielle et approximation des EDO), connaissance d'un langage de programmation, connaissances de base en approximation des EDP souhaitées.

**Thèmes abordés :** problèmes variationnels, analyse numérique des EDP, méthodes de discrétisation (différences finies, éléments finis, volumes finis), maillages ; méthodes d'optimisation (méthodes de gradient, méthodes stochastiques). Langues

de programmation et logiciels pour la simulation numérique (C, C++, Matlab), algorithmique, calcul parallèle, différentiation automatique. Une importance particulière est accordée aux séances de travaux pratiques et aux projets informatiques (projet d'optimisation avec Matlab ; C, C++, MPI). Résolution d'EDP par des méthodes de type éléments finis, résolution de systèmes linéaires ou de problèmes de valeurs propres, visualisation graphique (OpenGL/GLUT). Utilisation de "bibliothèques" de calcul scientifique disponibles sur internet. Installation et utilisation de certains logiciels du domaine public (ARPACK, UMFPACK, SuperLU, ...), sous Unix.

**5MI08 - UE - Calcul scientifique 3 (6 ECTS) (semestre S4 bloc de spécialisation)** Dans cette unité les étudiants devront mener au moins trois projets longs de calcul scientifique, donnant lieu à un rapport écrit et une soutenance orale, à choisir parmi

- projet calcul parallèle ou C++
- projet collaboratif (avec freefem++)
- projet sur code Saturne,
- projet sur code Aster,
- projet en fiabilité.

**• Projet calcul parallèle (semestre S4)**

**Professeur** : François-Xavier Roux

mel : francois-xavier.roux@onera.fr

**Objectifs** : Mener à bien un projet de calcul scientifique utilisant le calcul parallèle.

**• Projet calcul C++ (semestre S4)**

**Professeur** : Frédéric Hecht

mel : frederic.hecht@upmc.fr

url : <http://www.ljll.math.upmc.fr/~hecht>

**Prérequis** : Des connaissances de base en programmation, notamment en C, et en analyse numérique des edp.

**Thèmes abordés** : Résolution d'EDP par des méthodes de type éléments finis, résolution de systèmes linéaires ou de problèmes de valeurs propres, visualisation graphique (OpenGL/GLUT). Installation et utilisation de certains logiciels du domaine public (ARPACK, UMFPACK, SuperLU, ...), sous Unix.

**• Projet collaboratif**

**Professeur** : Frédéric Hecht

mel : frederic.hecht@upmc.fr

url : <http://www.ljll.math.upmc.fr/~hecht>

**Objectifs** : Mener à bien un projet de calcul scientifique collaboratif, éventuellement en lien avec d'autres formations de M2 formant au calcul scientifique (une expérience a déjà été menée avec l'université de Strasbourg), utilisant des outils de partage de fichiers, sur un sujet en lien avec l'industrie. Ce projet pourrait être réalisé avec le logiciel Freefem++.

**• Projet code Saturne**

Intervenant : Philippe Parnaudeau (ingénieur de recherche au Cnrs)

mel : parnaudeau@ann.jussieu.fr

**Objectifs :** Assurer une initiation à un code de calcul de mécanique des fluides, suivant la nature des besoins, code Saturne ou Fluent (ainsi qu'à son meilleur associé Gambit), logiciels largement utilisés dans l'industrie. Réaliser des simulations complexe 3D allant de la construction du maillage avec Gambit à la résolution des équations de la mécanique des fluides puis au post-traitement avec Fluent ou Code Saturne.

**Prérequis :** mécanique des fluides, équations de Navier Stokes, schémas numériques.

**Thèmes abordés :** Le projet est plus particulièrement destiné aux étudiants ayant choisi l'option mécanique. La première partie du cours est consacrée à une présentation générale du code (Fluent ou Saturne) à travers des exemples 2D ou 3D élémentaires. La seconde partie consiste en la rédaction d'un projet sur un thème applicatif impliquant la résolution des équations de Navier Stokes (sous de nombreux régimes possibles), par exemple, la simulation d'un écoulement autour d'un véhicule, autour de bâtiments, dans une pièce, dans des artères, etc.

#### • **Projet code\_Aster**

Intervenants : M. Abbas, E. Boyère, J. Delmas (EDF R&D) Le projet est plus particulièrement destiné aux étudiants ayant choisi l'option mécanique. Réalisation d'un projet avancé utilisant le code\_Aster.

#### **5MI10. UE - Python (ou Java) (3 ECTS) (semestre S3)**

**Professeur :** Nicolas Lantos (ingénieur de recherche à l'Onera)

**Objectifs de l'UE :** initiation au langage Python (ou Java) et à l'ingénierie logicielle. Introduction de quelques outils logiciels nécessaires à l'élaboration efficace de logiciels de qualité.

**Prérequis :** Connaissances de base en programmation.

**Thèmes abordés :** Python (ou java), ingénierie logicielle, gestion de version, environnement de développement logiciel avancé, programmation orientée objet (POO), test unitaire.

### **Unités spécifiques proposées au parcours IFMA**

**5MI02 - UE - Finance 1 (6 ECTS) (semestre S3, bloc de base)**

**5MI05 - UE - Finance 2 (6 ECTS) (semestre S3, bloc fondamental)**

**5MI07 - UE - Finance 3 (6 ECTS) (semestre S4, bloc de spécialisation)**

**Professeurs :** Vincent Lemaire, Emmanuel Schertzer

mel : vincent.lemaire@upmc.fr, emmanuel.schertzer@upmc.fr

<http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire/>,

**Objectifs des UE :** Ces UE sont constituées de plusieurs cours : un cours de calcul stochastique, des cours de mathématiques financières et finance de marché, l'évaluation des risques de marché (dans le domaine de l'énergie), un cours de méthodes Monte-Carlo et un cours de numériques et programmation C++ pour la finance. Les objectifs de ces UE sont de donner les bases théoriques et les outils nécessaires à la pratique et aux métiers de la finance de marché.

**Prérequis** : Notions de base en probabilités, finance mathématique et calcul stochastique.

• **Calcul stochastique**

**Professeur** : Z. Shi

**Objectifs** : Introduction au calcul stochastique.

**Prérequis** : Notions de base en probabilités et martingales à temps discret.

**Thèmes abordés** : Mouvement brownien, intégrale stochastique, EDS, lemme d'Itô et de Girsanov, Feynman-Kac, introduction au contrôle stochastique.

• **Finance : marchés complets**

**Professeur** : Mathieu Rosenbaum

mel : mathieu.rosenbaum@upmc.fr

**Thèmes abordés** : Marchés financiers et valuation d'options en marchés complets. Introduction à la couverture de produits dérivés et à la gestion de portefeuille en marchés complets dans les modèles de diffusions browniennes, modèle de Black-Scholes généralisé, lien avec les EDP, modèles de taux.

• **Finance : marchés incomplets**

**Professeur** : Emmanuel Schertzer

mel : emmanuel.schertzer@upmc.fr

**Thèmes abordés** : Finance avancée : gestion du risque et marchés incomplets : Modèles de la courbe des taux, modèles de volatilité locale, modèles de volatilité stochastique, options exotiques, risque de défaut, modèles de crédit, marchés incomplet.

• **Méthodes numériques déterministes**

**Thèmes abordés** : Etude des méthodes de résolution numériques des EDP.

• **Interprétation du smile en terme de risk**

Intervenant : Didier Faivre (Calyon)

mel : didier.faivre@calyon.com

**Objectifs** : Pratique de l'évaluation de produits de taux avancée

**Prérequis** : Modèles de taux, calcul stochastique, finance mathématique

**Thèmes abordés** : CMS, nappes de volatilité, smile, mesures de risque.

• **Commodities et Energy derivatives**

Intervenant : Olivier Bardou (Analyste Gdf-Suez et LPMA)

mel : olivier.bardou@gdfsuez.com

**Objectifs** : Comprendre quels fondamentaux économiques influencent l'évolution des marchés des matières premières, notamment les énergies. Identifier les risques de marchés auxquels doivent faire face les acteurs. Apprendre à construire des modèles de prix pertinents pour la gestion des risques de marché. Mettre en oeuvre des méthodes de pricing pour les actifs physiques et financiers.

**Prérequis** : Les étudiants doivent avoir suivi un cours de processus aléatoires et de mathématiques financières. Ils doivent connaître les principes de la valorisation et de la couverture dans le modèle de Black-Scholes. Des notions de contrôle stochastique sont un plus.

**Thèmes abordés :**

- Présentation des marchés des matières premières, en particulier des marchés des énergies
- Modèles de diffusion pour la dynamique des prix spot et à terme des énergies
- Outils de contrôle des risques (typologie des risques, mesures de risque)
- Valorisation des produits dérivés financiers sur sous-jacent énergie (options d'échange notamment)
- Valorisation des actifs physiques (actifs de production d'électricité, contrats d'approvisionnement, stockages)
- Similarités et différences entre les marchés des matières premières et les marchés monétaires

**• Méthodes de Monte-Carlo en finance**

**Professeur :** Vincent Lemaire

mel : [vincent.lemaire@upmc.fr](mailto:vincent.lemaire@upmc.fr)

url : <http://www.proba.jussieu.fr/~lemaire>

**Thèmes abordés :** Méthodes de Monte-Carlo pour l'évaluation des produits dérivés (discrétisation de processus de diffusion, approximation de pay-offs complexes, calcul de grecques).

**• Programmation en C/C++**

**Professeur :** Raphaël Roux

**Thèmes abordés :** Programmation en C/C++ : syntaxe du C/C++, programmation orientée objets, classes, héritage, polymorphisme, redéfinition et surcharge, Standart Template Library, Design Pattern. Programmation de méthodes numériques pour les EDP apparaissant en finance et contrôle stochastique; méthode d'évaluation d'option par arbres.

## 7.6 Responsables et sites

Responsable de la spécialité : Edwige Godlewski

<http://www.ljll.math.upmc.fr/IngMath/>

Responsables des parcours :

- parcours MPE : Edwige Godlewski et Marie Postel

<http://www.ljll.math.upmc.fr/MPE/>

- parcours IFMA : Vincent Lemaire

<http://www.proba.jussieu.fr/IFMA/>

Secrétariat : Francelise Hardoyal

mel : [francelise.hardoyal@upmc.fr](mailto:francelise.hardoyal@upmc.fr)

Campus Jussieu, 15-25, 1er étage, bureau 1.07 - tél. : 01 44 27 51 14



# Chapitre 8

## Master 2, Spécialité Statistique

### 8.1 Objectifs et description

La spécialité Statistique du Master vise à former des statisticiens de haut niveau, par le biais d'une double formation :

1. théorique, au travers d'un enseignement adapté constitué à la fois de cours, travaux dirigés et travaux pratiques ;
2. appliquée, dans le cadre de stages, par le contact direct au sein d'entreprises et de laboratoires avec des problèmes concrets de statistique.

La spécialité Statistique s'appuie sur le Laboratoire de Statistique Théorique et Appliquée (LSTA) de l'Université Pierre et Marie Curie, qui constitue son laboratoire d'accueil. Plusieurs autres laboratoires, institutions ou entreprises collaborent étroitement avec le LSTA dans le cadre de la spécialité, notamment par l'accueil d'étudiants stagiaires. Il s'agit en particulier :

- du LPMA [Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, Université Pierre et Marie Curie] ;
- de l'INRETS [Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité] ;
- de l'INAPG [Institut National Agronomique Paris–Grignon] ;
- de l'INT [Institut National des Télécommunications] ;
- de l'IGN [Institut Géographique National] ;
- de EDF, GDF, la SNCF, la Snecma, etc.

### 8.2 Débouchés professionnels

La spécialité Statistique débouche sur une insertion professionnelle directement à l'issue du Master. La nature des filières professionnelles concernées par ces débouchés est double, elle comprend principalement :

1. des emplois industriels faisant appel à des statisticiens de haut niveau. Un très vaste ensemble de secteurs sont concernés : instituts financiers, banques, assurances, télécommunications, industrie chimique et pétrolière, pharmacie

et médecine, entreprises de distribution, sociétés d'informatique, de conseil et de gestion, etc. Une grande partie des emplois correspondants sont pourvus par les étudiants choisissant de s'insérer directement dans la vie active à l'issue du Master. Une part plus limitée concerne des étudiants poursuivant ultérieurement leurs études par un doctorat.

2. des emplois de chercheurs, à l'Université, au CNRS ou dans d'autres organismes de recherche publics ou privés. Ces débouchés concernent principalement les étudiants préparant une thèse de doctorat à la suite du Master.

Dans cette optique, le souci constant de l'équipe pédagogique est d'assurer à la fois des débouchés immédiats, pour les étudiants limitant strictement leur scolarité au Master, et des débouchés à plus long terme, pour ceux qui prévoient de poursuivre un cursus doctoral complet incluant la thèse.

Comme en témoigne le vaste choix d'UE (Unités d'Enseignement) proposées aux étudiants, la spécialité Statistique dispense une formation adaptée au caractère spécifique de la statistique, qui nécessite la double expérience du traitement de données et la maîtrise des outils mathématiques correspondants.

## 8.3 Organisation

Chaque étudiant concourt pour 60 ECTS annuels qui se décomposent en :

1. 6 ECTS pour 1 UE dite de *mise à niveau*, ayant lieu en septembre et comptant pour le premier semestre ;
2. 24 ECTS pour 4 UE à 6 ECTS, dites *fondamentales*, au premier semestre ;
3. 12 ECTS pour 2 UE à 6 ECTS, au second semestre ;
4. 18 ECTS pour un *stage* ou un *mémoire* obligatoire, au second semestre.

Pour le second semestre, les UE proposées sont organisées en trois majeures :

- actuariat ;
- data science ;
- statistique mathématique.

Les étudiants doivent sélectionner l'UE de 6 ECTS correspondant à la majeure de leur choix. Ils doivent de plus suivre 2 cours de leur choix parmi les cours définissant l'UE d'option à 6 ECTS. Le stage (ou le mémoire) doit être en conformité avec l'objet de la majeure.

Les examens ont lieu à l'issue de chaque UE. Des rattrapages sont organisés pour les étudiants n'ayant pas obtenu de notes satisfaisantes à la première session.

## 8.4 Publics visés, prérequis

L'admission au sein de la spécialité Statistique s'effectue après examen du dossier de candidature par une commission pédagogique constituée des principaux responsables. La spécialité s'adresse :



- aux étudiants issus de l’Université Pierre et Marie Curie ayant validé les ECTS de première année du Master ;
- aux étudiants issus de formations de niveau jugé équivalent.

Le niveau normal d’admission se situe à la fin d’une première année de Master ou de son équivalent. Il est conseillé d’avoir des notes suffisantes (voire une mention) dans les matières liées à la statistique ou pouvant être considérées comme indispensables, à savoir : statistique, probabilités et informatique. Il est demandé aux étudiants de posséder un bon niveau de base en probabilités et en analyse, ainsi qu’une compétence minimale en informatique appliquée : connaissance d’un langage de programmation, expérience des logiciels, etc.

Les élèves diplômés, ou en fin d’études, de l’ISUP, l’ENSAE, l’ENSAI ou des principales grandes écoles d’ingénieurs, seront en principe admis, sous réserve d’un examen individuel de leur dossier et des places disponibles.

## 8.5 Description des UE

### 8.5.1 UE de mise à niveau (septembre)

#### 5MS01. Statistique mathématique et logiciel R (6 ECTS)

**Professeurs :** D. Pierre-Loti-Viaud et A. Guyader

Mail : [daniel.pierre-loti-viaud@upmc.fr](mailto:daniel.pierre-loti-viaud@upmc.fr) & [arnaud.guyader@upmc.fr](mailto:arnaud.guyader@upmc.fr)

url : <http://www.lsta.lab.upmc.fr/fr/pages/guyader.html>

**Objectifs de l’UE :** réviser les notions de statistique mathématique ; étude de quelques thèmes classiques de statistique à travers une série d’exemples et en utilisant le logiciel R.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : Statistique mathématique (D. Pierre-Loti-Viaud) :

1. Lois discrètes et continues, caractérisation et propriétés
2. Vecteurs gaussiens et lois de Student et de Fisher
3. La convergence en loi et ses outils, le théorème limite central
4. Modèle exponentiel, estimation du maximum de vraisemblance, le cadre théorique
5. Modèle linéaire univarié, régression, analyse de la variance et de la covariance
6. Propriétés des estimateurs, ellipsoïde de confiance
7. Tests du rapport des vraisemblances maximales et test de Fisher

Partie 2 : logiciel R (A. Guyader) :

1. Prise en main de R
2. Jeux de données : étude descriptive et représentation
3. Intervalles de confiance et tests
4. Tests d’indépendance et d’adéquation
5. Comparaisons de moyennes et de proportions
6. Régression linéaire, analyse de la variance, régression logistique

## 8.5.2 UE fondamentales (semestre 1)

### 5MS02. Modèle linéaire multivarié et modèles dérivés (6 ECTS)

**Professeurs :** D. Pierre-Loti-Viaud & A. Guilloux

Mail : daniel.pierre-loti-viaud@upmc.fr & agathe.guilloux@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/guilloux.php>

**Objectifs de l'UE :** pour la Partie 1, établir les propriétés du modèle linéaire multivarié ; pour la Partie 2, insister sur la pratique du modèle linéaire, discuter des procédures de sélection de variables, introduire les modèles linéaires généralisés.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : D. Pierre-Loti-Viaud

1. Modèle linéaire multidimensionnel
2. Estimation du maximum de vraisemblance pour la moyenne et la variance
3. Propriétés des estimateurs
4. Tests du rapport des vraisemblances maximales, test de Wilks, de Hotteling
5. Exemples : échantillon, comparaison de deux populations, régression

Partie 2 : A. Guilloux

1. Pratique du modèle linéaire
  - (a) Diagnostics sur les observations
  - (b) Hypothèses sur la matrice de design
  - (c) Interprétation
2. Sélection de variables, réduction de dimension
  - (a) Sélection  $\ell_0$ , algorithmes forward/backward/stepwise
  - (b)  $C_p$  de Mallows, AIC et BIC
  - (c) Régression ridge et PCR
  - (d) Régression lasso et elastic-net
3. Modèles linéaires généralisés
  - (a) Définition, vraisemblance
  - (b) Estimation et IRLS
  - (c) Consistance et normalité asymptotique
  - (d) Déviance, tests, résidus
  - (e) Sélection de modèles

### 5MS03. Processus empiriques et Théorèmes limites (6 ECTS)

**Professeurs :** P. Deheuvels et O. Lopez

Mail : paul.deheuvels@upmc.fr & olivier.lopez0@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/deheuvels.html>

url : <http://www.lsta.upmc.fr/lopez.html>

**Objectifs de l'UE :** la Partie 1 de ce cours se veut principalement constituer une introduction avancée à la théorie des processus empiriques en vue des applications statistiques pour des variables aléatoires réelles. La Partie 2 vise à acquérir les méthodes fondamentales utilisées pour déterminer la convergence et la loi asymptotique d'estimateurs.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : P. Deheuvels

1. Statistiques d'ordre et de rang
2. Outils probabilistes et statistiques de base
3. Principes d'invariance et lois limites fonctionnelles
4. Processus empiriques locaux
5. Processus empiriques spéciaux
6. Processus empiriques indexés par des fonctions ou des ensembles

Partie 2 : O. Lopez

1. Fonction de répartition empirique
  - (a) Théorème de Glivenko-Cantelli
  - (b) Théorème de Donsker
2. Théorèmes limites fonctionnels
  - (a) Classes de Glivenko-Cantelli
  - (b) Classes de Donsker
  - (c) Transformations de classes de Donsker
  - (d) U-statistiques et U-processus
3. Mesures de complexité
  - (a) Covering et bracketing numbers
  - (b) Classes de Vapnik-Cervonenkis
  - (c) Classes de fonctions régulières
4. Application à l'estimation paramétrique
  - (a) Z-estimateurs
  - (b) M-estimateurs
5. Estimation non paramétrique
  - (a) Estimation de densité
  - (b) Inégalités de concentration
  - (c) Applications
6. Introduction à l'estimation semi-paramétrique

### 5MS04. Statistique inférentielle et Méthodes Monte-Carlo (6 ECTS)

**Professeurs :** M. Broniatowski & A. Guyader

Mail : michel.broniatowski@upmc.fr & arnaud.guyader@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/Broniatowski/>

url : <http://www.lsta.lab.upmc.fr/fr/pages/guyader.html>

**Objectifs de l'UE :** la Partie 1 vise à approfondir quelques thèmes classiques de la statistique inférentielle ; la Partie 2 propose quant à elle une introduction aux méthodes Monte-Carlo.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : M. Broniatowski

1. Exhaustivité. Risque. Bornes minimax. Méthodes classiques. Bornes par minimisation de divergences. Inégalité de Fano. Bornes supérieures
2. Critères statistiques. Minimisation de divergences, cadre paramétrique. Vraisemblance empirique et méthodes voisines. Minimisation de risque à taille fixe, estimateurs de Pitman
3. Robustesse. Statistiques différentiables, fonction d'influence. Mauvaise spécification. Rôle de l'échantillonnage dans la robustesse

Partie 2 : A. Guyader

1. Principe des techniques Monte-Carlo
2. Méthodes de réduction de variance
3. Méthodes Monte-Carlo par Chaînes de Markov : algorithme de Metropolis, échantillonneur de Gibbs
4. Optimisation par Monte-Carlo

### 5MS05. Analyse de données et apprentissage (6 ECTS)

**Professeurs :** B. Michel & F. Rossi

Mail : bertrand.michel@upmc.fr & fabrice.rossi@apiacoa.org

url : <http://www.lsta.upmc.fr/michelb.html>

url : <http://apiacoa.org/index.fr.html>

**Objectifs de l'UE :** ce cours présente les principales méthodes de l'analyse de données et de l'apprentissage statistique. Une première partie présente des méthodes de réduction de dimension ainsi que des méthodes d'apprentissage non supervisé. La seconde partie présente les méthodes de classification supervisée. Les cours sont illustrés par de nombreuses séances de TP en Python.

**Prérequis :** algèbre linéaire, notions de Python, un cours d'introduction à la statistique, notions de base en optimisation.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : B. Michel

1. Méthodes de réduction de dimension : décomposition en valeurs singulières, ACP et ses variantes, ACM, MDS, ISOMAP

2. Apprentissage non supervisé : classification hiérarchique, k-means et ses variantes, modèles de mélange gaussiens, clustering spectral

Partie 2 : F. Rossi

1. Cadre général de l'apprentissage supervisé : notion de perte et de risque, modèle optimal
2. Classifieur bayésien naïf : modèle, estimation par maximum de vraisemblance, traitement bayésien
3. Sur-apprentissage et validation croisée : illustration par les k-plus proches voisins
4. Arbres : CART et random forest
5. Minimisation du risque empirique : initiation à la dimension de Vapnik, présentation de la minimisation du risque structurel
6. Approches régularisées : SVM et Kernel Ridge Regression

### 8.5.3 UE optionnelles (semestre 2)

Pour le second semestre, les UE proposées sont organisées en trois majeures :

- actuariat ;
- data science ;
- statistique mathématique.

Les étudiants doivent sélectionner l'UE de 6 ECTS correspondant à la majeure de leur choix. Ils doivent de plus suivre 2 cours parmi les cours définissant l'UE d'option à 6 ECTS (5MS09). Le stage (ou le mémoire) doit être en conformité avec l'objet de la majeure.

#### (A) Majeure actuariat

##### **5MS06. Mathématiques de l'assurance vie et non-vie (6 ECTS)**

**Professeurs :** D. Pierre-Loti-Viaud & S. Rousseau

Mail : daniel.pierre-loti-viaud@upmc.fr & sylvain.rousseau@towersperrin.com

**Objectifs de l'UE :** pour la Partie 1, acquérir les notions fondamentales de l'actuariat non-vie ; pour la Partie 2, assimiler les bases de l'actuariat appliqué au secteur de l'assurance vie.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : Mathématiques de l'assurance non-vie (D. Pierre-Loti-Viaud)

1. Concepts de base de l'assurance, probabilité de ruine, premier exemple de mutualisation des risques
2. Approximation d'un portefeuille, modèle individuel et collectif, principe de calcul de prime, ordre sur les risques
3. Fréquence de sinistres, mélange de lois et système de bonus-malus
4. Coût de sinistres

5. Modèle collectif et lois composées, approximations de la probabilité de ruine
6. Segmentation de portefeuille, modèles multiplicatifs et théorie de la crédibilité

Partie 2 : Mathématiques de l'assurance vie (S. Rousseau)

1. Fondements techniques : économie de l'assurance, mathématiques financières élémentaires, capitalisation et actualisation, probabilité de survie et aléa viager
2. Lois de mortalité : taux de mortalité, méthodes de lissage, makehamisation, table de mortalité
3. Mathématique de l'assurance vie : probabilités sur plusieurs têtes, temps continu, assurance en cas de vie et de décès, assurance mixte et contre assurance
4. Tarification : prime unique et prime périodique, chargements rationnels, méthode des assurances dommages
5. Prévisions techniques : provisions mathématiques, zilmérisation, capital sous risque
6. Réassurance : réassurance proportionnelle et non proportionnelle, choix optimum, calculs sur les extrêmes

## (B) Majeure Data Science

### 5MS07. Analyse de graphes et apprentissage statistique (6 ECTS)

**Professeurs :** C. Matias et A. Guilloux

Mail : [catherine.matias@upmc.fr](mailto:catherine.matias@upmc.fr) & [agathe.guilloux@upmc.fr](mailto:agathe.guilloux@upmc.fr)

url : <http://cmatias.perso.math.cnrs.fr/> & <http://www.lsta.upmc.fr/guilloux.php>

**Objectifs de l'UE :** pour la Partie 1, apprendre à manipuler des données de type réseaux (ex : sociaux, biologiques, internet) : stockage informatique, visualisation, analyse statistique, méthodes de classification. Pour la Partie 2, ce cours apportera dans un premier temps les bases d'optimisation convexe nécessaires à l'implémentation efficace d'algorithmes d'apprentissage supervisé. Dans un second temps on présentera, dans les modèles linéaires généralisés, les principales pénalisations (lasso, group-lasso, fused-lasso), leurs usages et implémentations.

**Prérequis :** notions fondamentales de probabilités et statistique. Pour la Partie 1, connaissance basique de l'outil R. Pour la Partie 2, il est souhaitable d'avoir suivi un cours de régression. Par ailleurs, les étudiants ayant peu de connaissances en programmation devront se mettre à niveau de façon autonome (mais guidée).

#### **Thèmes abordés :**

Partie 1 : Analyse statistique de graphes (C. Matias)

L'analyse statistique des réseaux d'interaction (ou graphes) a commencé par l'étude de petits réseaux (de l'ordre de la dizaine de nœuds) dans les années 60 en Sciences Sociales et connaît de nos jours un fort développement dans des domaines très variés (internet, biologie, réseaux sociaux, etc.) avec des données de bien plus grande taille (quelques centaines, milliers, voire millions de nœuds). Nous commencerons par présenter les graphes aléatoires qui sont l'objet mathématique sous-jacent et le stockage informatique des données (matrices d'adjacence ou listes de voisins).

Nous présenterons ensuite les statistiques descriptives élémentaires des réseaux (composantes connexes, diamètre, degrés, comptages de motifs, coefficient de clustering, etc.) ainsi que le problème de la visualisation des données. Enfin, nous aborderons le thème de la classification des nœuds (algorithmes spectraux, community detection, statistic block model, etc.). L'UE est présentée sous forme de cours/TP intégrés (sous le logiciel R).

Partie 2 : Optimisation convexe et apprentissage supervisé (A. Guilloux)

1. Bases d'optimisation convexe
  - (a) Convexité et sous-différentielle
  - (b) Conditions d'optimalité
  - (c) Transformée de Fenchel-Legendre, dualité de Fenchel
2. Algorithmes en apprentissage supervisé
  - (a) Critères et pénalisations, opérateurs proximaux
  - (b) Algorithmes (LARS, descente cyclique de coordonnées, FISTA, SGD)
  - (c) Lasso et adaptive lasso (propriétés théoriques)
  - (d) Régressions multi-task et multi-class et group-lasso
  - (e) Fused-lasso

### (C) Majeure Statistique Mathématique

#### 5MS08. Sélection de modèle et statistique en grande dimension (6 ECTS)

**Professeurs :** N. Akakpo & E. Roquain

Mail : nathalie.akakpo@upmc.fr & etienne.roquain@upmc.fr

url : <http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/akakpo/>

url : <http://etienne.roquain.free.fr/teaching.html>

**Objectifs de l'UE :** la Partie 1 a pour but de présenter les principaux critères de sélection de modèles par pénalisation ( $C_p$  de Mallows, AIC, BIC, etc.) et de justifier leur usage, essentiellement de manière théorique, avec cependant quelques illustrations pratiques sur machine. La Partie 2 a pour but d'approfondir les connaissances en statistique mathématique pour traiter les données de grande dimension, dans lesquelles le nombre de variables est bien plus élevé que la taille de l'échantillon. Ce domaine est actuellement à la pointe de la recherche en statistique et les méthodes qui en découlent sont très utilisées pour traiter les données volumineuses, par exemple en génomique, neuroimagerie, astrophysique, économie, finance, médecine, etc.

**Prérequis :** théorie de la mesure ; théorie générale des probabilités et des processus ; notions élémentaires en statistique mathématique (estimation ; test ; modèle linéaire).

**Thèmes abordés :**

Partie 1 : Sélection de modèles (N. Akakpo)

La sélection de modèles apparaît dans de nombreux problèmes statistiques (estimation de densité, de la fonction de régression, sélection de variables, détection

de ruptures, classification par mélanges gaussiens, etc.). De manière générale, elle consiste à se donner une collection préliminaire de modèles, à définir sur chaque modèle un estimateur, puis à choisir parmi cette collection d'estimateurs le "meilleur" selon une règle basée uniquement sur les données observées.

Nous consacrerons la première partie du cours à une présentation détaillée de la sélection de modèles dans le cadre d'estimation de densité. Nous décrirons les collections de modèles usuelles (histogrammes, ondelettes, mélanges gaussiens, etc.) et étudierons les procédures de sélection par pénalisation en utilisant l'approche de Birgé et Massart (inégalités de type oracle basées sur des inégalités de concentration, résultats d'adaptation sur des classes de régularité basés sur des résultats de théorie de l'approximation).

Dans la suite du cours, nous nous intéresserons à un ou plusieurs des autres cadres précédemment cités, avec une attention particulière pour la régression non-paramétrique et la sélection de variables.

Partie 2 : Éléments de statistique mathématique en grande dimension (E. Roquain)

1. Estimation

- (a) Introduction du modèle linéaire général et mise en évidence du phénomène de sur-ajustement
- (b) Sélection de modèle : procédure AIC et pénalisation de Birgé et Massart. Inégalité oracle générale
- (c) Estimateur Lasso et variantes. Inégalité oracle sous hypothèse de sparsité

2. Tests

- (a) Introduction du modèle de test multiple général et exemples
- (b) Contrôle du taux d'erreur par famille : procédure de Bonferroni, adaptation à la dépendance et à la quantité de signal
- (c) Contrôle du taux de faux positifs : procédure de Benjamini et Hochberg, hypothèse de dépendance positive, résultats asymptotiques en la dimension

**(D) UE D'OPTION (5MS09. 6 ECTS)**

Parmi la liste de cours qui suit, les étudiants doivent en choisir 2 pour former l'UE d'option, comptant pour 6 ECTS.

**Modèles de durées**

**Professeur :** O. Lopez

Mail : olivier.lopez0@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/lopez.html>

**Objectifs de l'UE :** présenter les spécificités de l'étude statistique de variables de durées, les principales techniques d'inférence statistique dans ce cadre, et leurs applications en actuariat et biostatistique.

**Prérequis :** notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés :**



1. Spécificités des modèles de durée
  - (a) Vocabulaire de l'analyse de survie
  - (b) Notion de taux de risque instantané
  - (c) Censure
  - (d) Troncature
2. Estimation non paramétrique
  - (a) Estimateur de Kaplan-Meier
  - (b) Estimateur de Nelson-Aalen
3. Construction de tables de mortalité d'expérience
  - (a) Taux bruts
  - (b) Méthodes de lissage
  - (c) Fermeture de tables
  - (d) Modèles prospectifs
4. Modèles paramétriques
  - (a) Lois usuelles
  - (b) Méthode des moments
  - (c) Méthode du maximum de vraisemblance
  - (d) Cas particulier des tables de mortalité
5. Modèles de régression
  - (a) Modèles paramétriques
  - (b) Modèle de Cox
  - (c) Autres modèles semi-paramétriques
6. Modèles de durées multivariés
  - (a) Copules de survie
  - (b) Méthodes paramétriques
  - (c) Méthodes non paramétriques

### **Logiciel SAS**

**Professeur : G. Saint Pierre**

Mail : [guillaume.saintpierre@ifsttar.fr](mailto:guillaume.saintpierre@ifsttar.fr)

url : <http://perso.lcpc.fr/guillaume.saint-pierre/>

**Objectifs de l'UE** : cet enseignement propose aux étudiants d'acquérir les principes fondamentaux de l'utilisation du logiciel SAS pour les applications statistiques. Ce cours/TP s'articule autour des formations prodiguées par l'entreprise SAS elle-même, et est conçu de manière à préparer l'étudiant à la certification "SAS Base Programming", ainsi qu'à une utilisation opérationnelle de SAS. L'évaluation du cours se fait à l'aide d'un projet commun d'analyse de données réelles, remis sous la forme d'un rapport de 30 pages et rédigé comme un compte-rendu professionnel.

**Prérequis** : notions fondamentales en informatique, probabilités et statistiques.

**Thèmes abordés** :

1. Programmation SAS niveau 1 (étape data, bibliothèques, log, etc.)
2. Importation, exportation, manipulation et formatage de données
3. Production de rapports automatiques
4. Programmation SAS niveau 2 (contrôle entrées et sorties, réduction et transformation de données, etc.)
5. Importation, transformation et restructuration de données brutes
6. Techniques de correction de code, programmation itérative
7. SAS SQL et macro langage
8. Analyses catégorielles, tables de contingence
9. Regression logistique binomiale et multinomiale
10. Choix de modèles
11. Analyse de variance et modèles linéaires

### **Réseaux de neurones artificiels**

**Professeur :** A. Valibouze

Mail : annick.valibouze@upmc.fr

url : <https://www-apr.lip6.fr/~avb/>

**Objectifs de l'UE :** fondements et principes des réseaux de neurones artificiels, description des principaux modèles jusqu'aux réseaux profonds et usage de différents logiciels, soit dédiés soit incluant des fonctionnalités neuronales. De par l'évaluation portant sur un projet individuel écrit et sa présentation orale, l'étudiant acquiert à la fois la compétence orientée statisticiens dans l'usage des réseaux neuronaux pour le traitement des grandes masses de données (Big Data) ainsi qu'un savoir-faire dans la présentation d'exposés scientifiques. Notons que ce cours s'inscrit dans la volonté gouvernementale de formation de "DataScientist" pour la "Nouvelle France Industrielle".

**Prérequis :** la partie théorique est accessible à tout étudiant du M2. Avoir pratiqué au moins un logiciel scientifique, tel R, est recommandé. Pour le projet, l'intérêt porté aux outils informatiques est cependant fondamental. Le volet "Fonctionnalités neuronales du logiciel R" se déroule sur machines.

### **Thèmes abordés :**

1. Principes généraux et domaines d'applications
  - (a) Définition du modèle général - Modèle historique de McCulloch et Pitts
  - (b) Fonctionnements et principes - Réseau de Hopfield et sa fonction d'énergie
  - (c) Comportements dynamiques - Fonction de Lyapunov
  - (d) Apprentissage supervisé et non supervisé - Un exemple d'interpolation
  - (e) Applications - Analyse des données (Data Mining)
2. Modèles classiques
  - (a) Le Perceptron de F. Rosenblatt (1958)
  - (b) L'Adaline

- (c) Connexions symétriques
  - (d) Réseaux à compétition
3. Réseaux profonds
- (a) Le Perceptron Multi-Couches, dit PMC
  - (b) Réseaux à fonctions de base radiale, dits RBF (Radial Basis Functions)
  - (c) Introduction aux réseaux convolutionnels
  - (d) Apprentissage du nombre de neurones sur des PMC déjà entraînés :  
Corrélation en cascade et Neurochirurgien Optimal (OBS)
4. Logiciels dédiés ou incluant des fonctionnalités neuronales

### Séries temporelles

**Professeur :** F. Guilloux

Mail : frederic.guilloux@upmc.fr

url : <http://www.lsta.upmc.fr/guillouxf.html>

**Objectifs de l'UE :** apprendre à modéliser et à manipuler des données dont la structure est déterminée par les corrélations au cours du temps (données météorologiques, économiques, etc.).

**Prérequis :** notions fondamentales de probabilités, statistique et algèbre linéaire. Connaissance basique de R ou Python.

**Thèmes abordés :** les séries temporelles, i.e. les suites de variables aléatoires non (nécessairement) i.i.d. sont indispensables pour la modélisation de nombreux phénomènes qui se déroulent au cours du temps. Nous commencerons par présenter la notion fondamentale de stationnarité, et la façon de modéliser la structure de corrélation entre les variables. Nous verrons ensuite comment cette modélisation permet de faire de la prévision des valeurs à venir, à partir des valeurs observées. Nous illustrerons ces idées et méthodes dans le cas d'une classe de modèles paramétriques (ARMA). Nous aborderons enfin différents thèmes complémentaires : analyse spectrale des séries temporelles, tests, séries multidimensionnelles, modèles à espaces d'état. Des exemples et exercices seront intégrés dans le cours mais l'essentiel des exercices seront à travailler à la maison.

### Business Intelligence

**Professeur :** Ludovic Denoyer

Mail : ludovic.denoyer@lip6.fr

url : <http://www-connex.lip6.fr/~denoyer>

**Objectifs de l'UE :** le but est de décrire la chaîne de traitement usuel correspondant à la problématique du traitement de données en entreprise (Business Intelligence). Il propose l'utilisation d'outils "standards" du domaine, ainsi que la présentation de différentes problématiques opérationnelles.

**Prérequis :** langage Python et connaissance des bases de données SQL si possible.

**Thèmes abordés :** le cours est structuré autour de 4 aspects :

1. Les ETLs (Extract Transform and Load)

2. La construction de data warehouse
3. La construction de cubes OLAP pour l'analyse des données
4. L'utilisation de modèles de prédictions

### **Analyse relationnelle**

**Professeur** : J.-F. Marcotorchino

Mail : [jeanfrancois.marcotorchino@thalesgroup.com](mailto:jeanfrancois.marcotorchino@thalesgroup.com)

**Objectifs de l'UE** : décrire de nouvelles méthodes d'analyse de données multicritères telles que "Data Mining" et "Business Intelligence".

**Prérequis** : notions fondamentales de Probabilités et Statistique.

**Thèmes abordés** : analyse de données à l'échelle industrielle, centrée sur la résolution de problèmes économiques, industriels et de marketing, utilisant des méthodes et des algorithmes à très hautes performances pouvant prendre en compte des millions d'éléments à analyser. Ces méthodes sont actuellement très recherchées dans les domaines de la "gestion de la relation client" et "l'analyse du Web sur Internet", et les entreprises proposent des offres dans différents secteurs associés. Au niveau théorique, le cours revient sur l'origine de ces méthodes : travaux incomplets du Marquis de Condorcet, version actuelle "Data Mining", résultats de K-J. Arrow.

## **8.5.4 UE DE STAGE (18 ECTS)**

Le stage peut commencer dès la fin des cours, c'est-à-dire à partir d'avril, et a une durée de 6 mois. Le sujet de celui-ci doit être en accord avec la majeure choisie au Semestre 2.

## **8.6 Responsables et site**

**Responsables** : Michel Broniatowski (directeur) et Arnaud Guyader (directeur adjoint).

Mail : [michel.broniatowski@upmc.fr](mailto:michel.broniatowski@upmc.fr) & [arnaud.guyader@upmc.fr](mailto:arnaud.guyader@upmc.fr)

**Secrétariat** : Louise Lamart

Mail : [louise.lamart@upmc.fr](mailto:louise.lamart@upmc.fr)

Tél : 01 44 27 85 62

Fax : 01 44 27 33 42.

**Adresse** : Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, Tour 15-25, 2ème étage, 75005 Paris.

**Site** : <http://www.lsta.master.upmc.fr>

# Chapitre 9

## Certificat Big Data

### 9.1 Objectifs

Un *Certificat Big Data* est introduit cette année dans le master de mathématiques de l'UPMC pour des étudiants inscrits dans l'une des spécialités suivantes : Probabilités et Modèles Aléatoires, Probabilités et Finances, Mathématiques de la Modélisation, Ingénierie Mathématique, Statistique. Cette formation a pour objectif de donner des outils mathématiques pour traiter l'information contenue dans les données massives, la structurer et en tirer des conclusions en adéquation avec des modèles pré-existants.

### 9.2 Contexte

La problématique des données massives a émergé depuis quelques années comme conséquence des capacités accrues de capture, de stockage et de vitesses de transmission des informations. Cette problématique est omniprésente et se rapporte à des types de données de formes très différentes dans des domaines qui peuvent être liés à des expériences scientifiques comme pour le grand collisionneur de hadrons (LHC) où le nombre de capteurs peut aller jusqu'à des centaines de millions délivrant des données d'observation plusieurs millions de fois par seconde ou bien la description et transcription du génome qui pour les humains comporte de l'ordre de 30 milliards de paires de base, ou bien les données en climatologie, avec la terre comme laboratoire, ou encore des sondages, la finance haute fréquence, analyses de tendances diverses ou comportement par exemple sur la toile des 2.5 milliards d'internautes dans le monde. Cette problématique a pris une identité : la datamasse (où "big data" en anglais) correspondant à des critères tels que les trois "V" initiaux : Volume, Vitesse et Variété auxquels se sont adjoints la Validité et la Volatilité.

Des programmes de recherche sont montés ici et là pour en trouver des clefs. En effet, cette quantité de données lance d'une part un défi pour les rendre intelligibles et en tirer de l'information pertinente et d'autre part fait rêver les scientifiques mais aussi les commerciaux, sondeurs et industriels ; les besoins et la demande sont donc énormes et ne peuvent qu'augmenter. Il serait illusoire de penser qu'une méthode universelle réponde à ce défi, mais tous les domaines des sciences sont requis, au

premier rang desquels les mathématiques et l'informatique.

Au niveau d'une formation fondamentale, le master Mathématiques et applications de l'UPMC propose d'introduire une formation additionnelle de Big Data sous la forme d'un *Certificat Big Data* pour des étudiants inscrits dans l'une des spécialités suivantes : Probabilités et Modèles Aléatoires, Probabilités et Finances, Mathématiques de la Modélisation, Ingénierie Mathématique, Statistique. La réussite à ce certificat Big Data représentera la validation de connaissances complémentaires adaptées au traitement des données massives et permettant d'utiliser au mieux la solide formation donnée par les cours d'une des spécialités citées ci-dessus et qui chacune contient des clés pour répondre aux problèmes posés.

Les étudiant(e)s intéressé(e)s doivent, en parallèle de leur inscription à l'une des spécialités indiquées ci-dessous, prendre contact avec le responsable du *Certificat Big Data* qui les rencontrera pour conseiller les meilleurs cours à suivre et valider en plus de ceux requis pour la spécialité.

### 9.3 Description des UE

Outre les éléments d'enseignement requis par la spécialité choisie (où sera privilégié chaque semestre au moins un cours dans la veine du "big data"), pour valider cette filière, les étudiant(e)s devront en plus, pendant la première période (jusqu'au mois de décembre)

- valider le cours en informatique de P. Gallinari sur l'apprentissage statistique, en suivant les séances de TP du groupe spécifique organisé pour la filière. Ce cours correspond à un enseignement de 60h et se termine en janvier.

Pendant la seconde période (de janvier jusqu'au stage) les étudiants de ce certificat devront

- suivre le cours spécifique d'informatique créé pour ce Certificat Big Data et correspondant à 9 semaines de 2h,
- Les étudiant(e)s devront également suivre deux cours spécifiques big data choisis obligatoirement dans les autres spécialités (chaque cours correspondant à 9 semaines de 2h).

Le stage de M2 devra être dans la veine du "big data". Les étudiant(e)s devront obligatoirement assister à des exposés type séminaire, d'environ 5 séances, orientés "big data".

### 9.4 Liste de cours

Choisir 3 cours au second semestre parmi les cours suivants :

- G. Biau : Statistique et apprentissage
- A. Cohen : Méthode numériques pour les EDP paramétriques et stochastiques en grandes dimensions
- P. L. Combettes : Optimisation convexe et applications au traitement du signal
- S. Gaiffas : Apprentissage Statistique, grande dimension et Big Data

- L. Grigori : Calcul haute performance, algorithmes parallèles d’algèbre linéaire à grande échelle, stabilité numérique
- A. Guilloux : Modèles statistiques en grande dimension
- B. Michel : Analyse des données et inférence topologique
- F. Nataf : Méthodes modernes et algorithmes pour le calcul parallèle
- G. Pagès : Algorithmes Stochastiques
- B. Wilbertz : Nouveaux outils numériques déterministes et probabilistes pour le Big Data (calcul parallèle, GPGPU, CUDA)

## 9.5 Responsable et site

Le responsable de cette filière est Yvon Maday [maday@ann.jussieu.fr](mailto:maday@ann.jussieu.fr)

Le site web apparaît comme l’onglet “Filière big data” sur le site du master <http://www.master.ufrmath.upmc.fr>





# Chapitre 10

## Spécialité Agrégation de Mathématiques

### 10.1 Objectifs

La préparation à l'agrégation de mathématiques a un triple objectif : consolider les connaissances acquises par les étudiants jusqu'en M1, en couvrant un large spectre des mathématiques ; préparer les étudiants à passer dans les conditions les plus favorables le concours de l'agrégation externe de mathématiques ; les former au métier d'enseignant, tant en lycée qu'en classes préparatoires.

Il s'agit, pour les étudiants non déjà titulaires d'un M2, d'une formation diplômante : le jury délibérera suffisamment tôt pour permettre la délivrance du Master de Mathématiques, spécialité Agrégation de Mathématiques, aux lauréats avant la publication de la liste d'admissibilité à l'agrégation.

### 10.2 Débouchés professionnels

#### **Insertion professionnelle**

Enseignement des mathématiques dans les lycées, classes préparatoires, premières années de l'enseignement supérieur.

#### **Poursuite d'études**

Doctorat : carrière de chercheur dans des entreprises ou de grands organismes de recherche, carrière universitaire d'enseignant-chercheur.

Chaque année, une centaine d'agrégés (sur 300) ont un report pour poursuite d'études. 75% des enseignants en Classes Préparatoires sont docteurs en mathématiques.

### 10.3 Organisation

La préparation à l'agrégation de mathématiques se déroule en un an, en deuxième année du Master de Mathématiques, spécialité Éducation et Formation. Elle comprend :

— une solide préparation aux épreuves d'écrit, couvrant l'essentiel du programme d'algèbre, de géométrie et d'analyse du concours ; ces cours sont complétés par des travaux dirigés et par des interrogations individuelles (colles) permettant de s'assurer que les notions essentielles ont été bien assimilées ;

— une préparation à l'oral, consistant d'une part en des cours ou leçons présentées par les enseignants, d'autre part en des leçons confiées aux étudiants, mais dont le plan est préparé en concertation avec les enseignants pour en améliorer la qualité ;

— une préparation aux options Probabilités et Statistiques (option A), Calcul Scientifique (option B), Algèbre et Calcul formel (option C), incluant des travaux pratiques sur ordinateur, et également des présentations de texte confiées aux étudiants.

— l'organisation régulière d'épreuves écrites (concours blancs), et d'oraux blancs, permettant aux étudiants de se confronter aux conditions réelles du concours.

Noter qu'une circulaire parue au printemps 2015 n'oblige plus les agrégés à posséder les certifications CLES2 ou C2I2E pour leur titularisation.

## 10.4 Publics visés, prérequis

La sélection des candidats admis à la préparation à l'agrégation se fait sur dossier. Une formation solide en mathématiques, du niveau de la première année de Master de mathématiques de l'UPMC ou d'un Capes de mathématiques est exigée.

Nous accueillons dans la préparation des étudiants avec des profils divers. D'un côté, des étudiants brillants qui se destinent à la poursuite d'études en Doctorat, et de l'autre, des étudiants, de plus en plus nombreux, en reconversion après une première carrière comme ingénieur. Ces deux catégories n'ont en général pas besoin de valider leur préparation par l'obtention d'un Master et d'ailleurs ne le souhaitent pas.

Entre ces deux publics, il y a les bons étudiants de Master, qui sont naturellement inscrits en Master 2.

## 10.5 Liste et description des UE de la section

INTITULÉ	SEMESTRE	CODE	ECTS
Préparation à l'écrit d'algèbre	1	NM009	15
Préparation à l'écrit d'analyse	1	NM010	15
Préparation à l'oral d'algèbre	2	NM011	9
Préparation à l'oral d'analyse	2	NM012	9
Préparation à l'oral d'option	2	NM013	12
TOTAL			60

Les cours sont communs à tous les étudiants, qu'ils soient dispensés ou non de la validation du M2, spécialité Éducation et Formation.

Les cours représentent à peu près 600 heures par an. Huit concours blancs, des oraux blancs, des colles sont organisés.

## 10.6 Déroulement du concours

Les épreuves écrites d'admissibilité se déroulent généralement à la fin du mois de mars et les épreuves orales d'admissibilité à la fin du mois de juin.

Les candidats intéressés sont invités à prendre connaissance des **rapports** du Jury de l'agrégation de Mathématiques, qui décrivent parfaitement les modalités du concours.

Le programme actualisé de l'agrégation de Mathématiques est disponible sur le site de l'**Agrégation de Mathématiques**.

## 10.7 Responsable et site

Responsable de la section Préparation à l'agrégation :  
Pierre-Vincent Koseleff ([koseleff@math.jussieu.fr](mailto:koseleff@math.jussieu.fr))

Secrétariat, Maison de la pédagogie, bureau C104 - Tél : 01 44 27 53 38  
Mme Nicole Abrahamian ([nicole.abrahamian@upmc.fr](mailto:nicole.abrahamian@upmc.fr))

Site de la préparation à l'agrégation : <http://agreg.math.upmc.fr/>

Site du Master de mathématiques : <http://www.master.math.upmc.fr>



# Chapitre 11

## Le Master de Mathématiques et la Mobilité Internationale

### 11.1 Objectifs et descriptions

Nous partons d'un constat simple : les débouchés professionnels sont accrus pour les étudiants se présentant avec une première expérience internationale durant leur cursus universitaire. Les entreprises ont souvent des contacts internationaux et cherchent à bénéficier de l'expérience internationale des étudiants qu'elles prévoient d'employer. Par ailleurs, dans l'éducation nationale, enseigner en classe européenne est une tâche gratifiante et enrichissante. Quant à la recherche en mathématiques, elle s'appuie sur des collaborations internationales depuis fort longtemps. Pour les étudiants de Master il s'agit aussi d'enrichir leur cursus d'une expérience culturelle différente, de découvrir d'autres systèmes d'enseignement, d'autres visions des mathématiques ou bien d'autres sujets.

Le système LMD, grâce à l'introduction des ECTS et des semestres, a permis de structurer les échanges internationaux qui sont maintenant simples à organiser et s'appuient sur un offre variée. L'UPMC a par ailleurs mis en place une politique volontariste pour conseiller et accompagner les étudiants dans leur démarche de mobilité ([http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite\\_etudiante.html](http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante.html)). Ce site est le premier à consulter pour organiser sa mobilité.

### 11.2 Les programmes Erasmus et $M^2BP^2$

L'UPMC dispose d'un réseau très dense d'accords Erasmus qui couvre la plupart des pays d'Europe. Les échanges sont particulièrement actifs avec l'Allemagne (Bonn, Berlin, Munich...), l'Espagne, la Grande-Bretagne, l'Italie. Cette liste n'est pas limitative et le coordinateur pédagogique **Julien Marché** est chargé d'aider l'étudiant dans le choix d'une université d'accueil une fois qu'il a établi, avec son tuteur, son profil, ses motivations et son programme d'étude. Pour en savoir plus consulter [http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite\\_etudiante/partez\\_en\\_europe\\_avec\\_erasmus.html](http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante/partez_en_europe_avec_erasmus.html).

Afin de faciliter les choix scientifiques le Master de Mathématiques propose

également un Programme International de Master  $M^2BP^2$ . Ce programme offre des cours proches de ceux de l'UPMC aux étudiants décidant de passer un semestre ou une année entière à la 'Universität Bonn' ou à la 'Universidad Autonoma de Madrid'. À Bonn, les cours de niveau Master sont enseignés en anglais selon la règle européenne : il suffit qu'un étudiant le demande au premier cours.

Au niveau M1, l'étudiant trouvera dans ces deux universités un ensemble de cours de haut niveau sur des thématiques très proches de celles enseignées à l'UPMC. Il pourra ainsi organiser sa mobilité internationale dans des conditions simplifiées.

Au niveau M2, l'étudiant pourra organiser, selon sa spécialité, un parcours spécifique à décider avec le responsable de sa spécialité ou son tuteur.

### 11.3 Les accords internationaux

L'UPMC propose également des accords avec de nombreuses universités en dehors du périmètre européen. On notera l'Amérique du Nord avec les accords MICEFA et TASSEP qui couvrent de nombreuses destinations. Des accords bilatéraux sont aussi signés avec diverses université d'Amérique du Sud et du Nord, par exemple The University of Chicago et Brown University aux niveaux L3 et M. Pour en savoir plus [http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite\\_etudiante/partez\\_etudier\\_aux\\_usa\\_avec\\_la\\_micefa.html](http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante/partez_etudier_aux_usa_avec_la_micefa.html). En Asie on notera des accords d'échanges avec Singapour, Taiwan, Shanghai.

- Un accord avec l'IMPA à Rio de Janeiro, spécifique aux mathématiques, concerne l'ensemble des mathématiques
- Un accord avec la Shanghai Jiao Tong University est spécifique aux mathématiques, spécialité Mathématiques de la modélisation  
voir <http://math.sjtu.edu.cn/index.shtm>

### 11.4 Cours de la 'University of Chicago' à Paris

L'université de Chicago organise chaque année, dans ses locaux à Paris 13ème, des cours intensifs de trois semaines chacun (les étudiants ont 3 heures de cours chaque matin, 4 jours par semaine soit 36 heures par cours).

Dans le cadre de l'accord UPMC/Université de Chicago, ces cours en anglais sont susceptibles d'être ouverts aux étudiants du master, en nombre très limité. Ils sont ouverts dans les conditions habituelles de la mobilité sur Chicago (sélection sur dossier, niveau de langue, conditions de validation spécifiques). Ces cours peuvent être validés pour 6 ECTS lors de la seconde session du S2, fin juin, à raison d'un seul cours par étudiant.

En 2015, les cours proposés étaient

Prof. R. Fefferman : March 30th–April 17th : Introduction to Fourier analysis

Prof. S. Weinberger : April 20th–May 8th : Iteration : an invitation to dynamics

Prof. D. Herrmann : May 18th–June 5th : Introduction to p-groups.

## 11.5 BIMM : Biologie Informatique Modélisation Mathématique

En partenariat avec l'*Université Libre de Bruxelles* ce PIM interdisciplinaire s'appuie sur l'expérience de différents centres de recherche de l'UPMC et de ses partenaires internationaux en bioinformatique, biomathématique et modélisation pour proposer une formation liée aux enjeux de la biologie et de la médecine qui engendrent des besoins nouveaux à l'interface avec l'informatique et les mathématiques : analyses de données complexes, outils de modélisation approfondis.

L'étudiant s'inscrit au master de mathématiques. Au premier semestre de M1 l'étudiant suit les UE couplées de 6ECTS chacune : Systèmes dynamiques discrets et continus en biologie et médecine (Master de Mathématiques) et Algorithmes sur les graphes et arbres en bioinformatique (BIM). Il la complète par une unité du Master de Mathématiques (à choisir avec le responsable pédagogique) et l'unité de langue.

Au second semestre de M1, l'étudiant suit les unités (6ECTS chacune) 'Modèle mathématiques en neurosciences' et 'Statistiques en bioinformatique et algorithmes sur les séquences' et les complète par des unités de Mathématiques choisies avec son responsable pédagogique.

Des parcours spécifiques permettent de poursuivre en M2 : Mathématiques Appliquées à la Biologie et à la Médecine du master de Mathématiques (page 82.) (Modélisation et Probabilité).

## 11.6 Responsables et sites

- Responsable pédagogique de la mobilité : [Julien Marché](#)

- *BIMM*

site : [http://www.upmc.fr/fr/international/programmes\\_internationaux/programmes\\_internationaux\\_de\\_master/bioinformatique\\_biomathematiques\\_et\\_modelisation.html](http://www.upmc.fr/fr/international/programmes_internationaux/programmes_internationaux_de_master/bioinformatique_biomathematiques_et_modelisation.html)

Responsable : [Jean-Pierre FRANCOISE : jpf@math.jussieu.fr](mailto:jean-pierre.francoise@math.jussieu.fr)

- *SJTU* Accord spécifique avec la Shanghai Jiao Tong University

Responsable : [benoit.perthame@upmc.fr](mailto:benoit.perthame@upmc.fr)







# Chapitre 12

## Renseignements administratifs

### 12.1 Services pratiques

#### Services pratiques

<p><b>Service de la scolarité centrale :</b>          Paiement des droits universitaires, délivrance de la carte d'étudiant, délivrance des diplômes          Bâtiment A - Rez de Chaussée          Université Pierre et Marie Curie - Service de la Scolarité          4, place Jussieu 75252 Paris cedex 05</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite.html</a></p>
<p><b>Bureau des bourses</b>          Bâtiment T – 2<sup>e</sup> étage          tel : 01 44 27 33 10</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/vie_des_campus/bourses.html">http://www.upmc.fr/fr/vie_des_campus/bourses.html</a></p>
<p><b>Etudier à l'étranger</b>          Bureau de la mobilité Tour Zamansky 2<sup>e</sup> étage          Tél. : + 33 (0)1 44 27 73 49          Fax : + 33 (0)1 44 27 26 80</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante.html">http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante.html</a></p>
<p><b>Accueil et accompagnement des étudiants handicapés</b>          Relais Handicap Santé Etudiant (RHSE)          BAT 41 – Rez-de-chaussée - Boîte courrier 146          4, place Jussieu          75252 PARIS CEDEX 05          01 44 27 75 15 &amp; 46 31</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/vie_des_campus/handicap.html">http://www.upmc.fr/fr/vie_des_campus/handicap.html</a></p>
<p><b>Médecine préventive</b>          Service Inter Universitaire de Médecine de Préventive et de promotion de la Santé SIUMPPS          15 rue de l'école de Médecine, escalier G-3<sup>e</sup> étage          75006 PARIS          01 40 51 10 00</p>	<p><a href="http://www.siumpps.com/index.html">http://www.siumpps.com/index.html</a></p>
<p><b>Orientation et insertion SOI.</b>          Bâtiment K – 2<sup>e</sup> étage          4, Place Jussieu          75252 Paris cedex 05          Tel 01 44 27 33 66 ou 39 70</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/orientation_insertion/accompagnement_etudiants_et_doctorants/preparez_votre_avenir_avec_le_soi.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/orientation_insertion/accompagnement_etudiants_et_doctorants/preparez_votre_avenir_avec_le_soi.html</a></p>
<p><b>Bibliothèques</b>  <b>Section Mathématiques-Informatique Enseignement</b>          Patio 46-55 niveau Jussieu          4, Place Jussieu          75252 PARIS Cedex 05  <b>Section Mathématiques-Informatique Recherche</b>          Campus de Jussieu : Patio 15-26. Rez de Chaussée (Accès entre les tours 25-26 niveau Jussieu)          Boîte Courrier 258          4 place Jussieu          75252 Paris cedex 05          Tél. : 01 44 27 85 77</p>	<p><a href="http://www.jubil.upmc.fr/fr/bibliotheques.html">http://www.jubil.upmc.fr/fr/bibliotheques.html</a></p>



## 12.2 Imprimés

### Imprimés

<p><b>Demande d'inscription en unité d'enseignement isolée</b> A déposer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour le master 1 auprès de la scolarité administrative.</li> <li>- Pour le master 2, auprès des secrétariats pédagogiques des spécialités</li> <li>-</li> </ul>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/inscription_en_uei.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/inscription_en_uei.html</a></p>
<p><b>Demande d'annulation d'inscription / Demande de remboursement des droits universitaires</b> S'adresser à la scolarité administrative du département de formation</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/annulation_d_inscription.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/annulation_d_inscription.html</a></p>
<p><b>Demande de diplôme</b> Pour le Master obtenu dans l'année, un courrier est adressé à chaque diplômé l'informant de la mise à disposition au bureau de la scolarité centrale.</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/demande_de_diplome_notes.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/demande_de_diplome_notes.html</a></p>
<p><b>Demande de transfert pour l'UPMC</b> Vous avez obtenu un avis favorable à votre acte de candidature et venez d'une autre université téléchargez le formulaire d'arrivée</p> <p><b>Demande de transfert vers un autre établissement</b> Vous quittez l'UPMC pour un autre établissement téléchargez le formulaire de départ</p>	<p><a href="http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/demande_de_transfert.html">http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/demande_de_transfert.html</a></p>
<p><b>Demande de relevés de notes</b> A déposer</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour le master 1 auprès de la scolarité administrative.</li> <li>- Pour le master 2, auprès des secrétariats pédagogiques des spécialités</li> </ul>	

## 12.3 Scolarité

Responsable administrative du master	<b>Faouzia BESSEDDIK</b> Tour 14-15 2ème étage bureau 209	<a href="mailto:faouzia.besseddik@upmc.fr">faouzia.besseddik@upmc.fr</a>
Inscriptions administrative M1 et M2	<b>Amina HAMADI</b> tour 14-15, 2ème étage bureau 203	<a href="mailto:amina.hamadi@upmc.fr">amina.hamadi@upmc.fr</a>
Inscriptions pédagogiques M1	<b>Mathilde BESNARD</b> tour 14-15, 2ème étage bureau 205	<a href="mailto:mathilde.besnard@upmc.fr">mathilde.besnard@upmc.fr</a>
Télé-Science 6 Formations ouvertes à distance	<b>Bruno DEHAINAULT</b> tour 14-15, 2ème étage bureau 210	<a href="mailto:bruno.dehainault@upmc.fr">bruno.dehainault@upmc.fr</a>
M2 Spécialité Agrégation	<b>Nicola ABRAHAMIAN</b> tour 14-15, 2ème étage bureau 202	<a href="mailto:nicole.abrahamian@upmc.fr">nicole.abrahamian@upmc.fr</a>
M2 Spécialités Mathématiques fondamentales et certificat Big data	<b>Laurence DREYFUSS</b> tour 15-25, 1er étage bureau 109	<a href="mailto:laurence.dreyfuss@upmc.fr">laurence.dreyfuss@upmc.fr</a>
M2 Spécialités "Mathématiques de la modélisation" et ingénierie	<b>Francelise HARDOYAL</b> tour 15-25, 1er étage bureau 107	<a href="mailto:francelise.hardoyal@upmc.fr">francelise.hardoyal@upmc.fr</a>
M2 Spécialités Statistiques	<b>Louise LAMART</b> tour 16-26, 1er étage bureau 108	<a href="mailto:louise.lamart@upmc.fr">louise.lamart@upmc.fr</a>
M2 Spécialités "Probabilités et modèles aléatoires" et "Probabilités et finance"	<b>Josette SAMAN</b> tour 15-25, 1er étage bureau 107	<a href="mailto:josette.saman@upmc.fr">josette.saman@upmc.fr</a>

## 12.4 Inscriptions

Les inscriptions se font en deux étapes *distinctes* et *successives*. Elles sont obligatoires pour pouvoir se présenter aux examens.

- **L’inscription administrative.** L’inscription administrative se fait auprès de la scolarité de Master. Elle permet la délivrance de la carte d’étudiant par la Scolarité centrale.
- **L’inscription pédagogique.** Il s’agit du choix du parcours et des unités d’enseignements (UE). Elle se fait auprès des secrétariats pédagogiques.

### 12.4.1 Inscriptions administratives en master 1

Les étudiants déjà inscrits à l’Université Pierre et Marie Curie, doivent remplir obligatoirement l’acte de candidature sur le site :

<https://enligne.upmc.fr/scolarite>.

Les étudiants inscrits dans une autre université française en 2014-20145, les étudiants étrangers hors pays adhérents à la procédure CEF PASTEL, les étudiants en formation à distance, les étudiants étrangers de l’espace économique européen, s’inscriront à l’adresse suivante. : <http://www.upmc.fr>

### 12.4.2 Inscriptions administratives en master 2

*Ne sont pas concernés par cette procédure les étudiants étrangers adhérents à la procédure CEF Pastel.*

Les étudiants qui souhaitent préparer le Master 2 doivent obligatoirement faire acte de candidature sur le site de l’Université Pierre et Maris Curie à l’adresse suivante :

<http://www.upmc.fr>.

Ensuite, ils devront se connecter sur le site des différentes spécialités qu’ils auront choisies pour télécharger les dossiers pédagogiques à faire parvenir à chacun des secrétariats de la mention mathématiques et applications

- Master 2 spécialité mathématiques fondamentales : <http://mathfond.math.upmc.fr/>
- Master 2 spécialité probabilités et modèles aléatoires : <http://www.proba.jussieu.fr/master2/master2.html>
- Master 2 spécialité probabilités et finance : <http://www.master-finance.proba.jussieu.fr/index2.php>
- Master 2 spécialité mathématiques de la modélisation : <http://www.ljll.math.upmc.fr/MathModel/>
- Master 2 spécialité ingénierie mathématique : <http://www.ljll.math.upmc.fr/IngMath/>
- Master 2 spécialité statistiques : <http://www.lsta.master.upmc.fr/>
- Master 2 niveau 2 spécialité agrégation : <http://agreg.math.upmc.fr/>
- Master mention métiers de l’éducation de l’enseignement et de la formation niveau 1 et 2 MEEF : (CAPES) [http://www.master.math.upmc.fr/fr/education\\_formation/section\\_cap](http://www.master.math.upmc.fr/fr/education_formation/section_cap)

### 12.4.3 Inscription à la formation ouverte et à distance

Les formations de master 1 et 2 peuvent être également proposées dans le cadre de l'enseignement à distance. Elles s'adressent à tous les étudiants ne pouvant assister aux cours. Complément d'informations à l'adresse suivante :

<http://www.telesciences6.upmc.fr/>

### 12.4.4 Inscription en UE isolées

Les candidats souhaitant effectuer un complément de formation, ont la possibilité de choisir dans l'offre de formation du Master, en présentiel ou à distance, les UE qui les intéressent, les UE de stage exceptées. L'inscription est subordonnée au respect des formalités suivantes :

- Justifier des prérequis académiques,
- Obtenir l'accord du ou des responsable(s) de l'UE, du directeur/directrice de département de formation et du Vice-Président Formation Initiale et Continue ou de son représentant,
- Avoir la possibilité de créditer 24 ECTS au maximum par année universitaire,
- S'inscrire sous le statut UE isolée et non dans le diplôme correspondant,

La validation de l'inscription donne droit :

- à la délivrance d'une carte d'étudiant,
- à la participation des examens des UE sélectionnées (1ère et 2ème session)
- sur demande, à un relevé de notes.

L'obtention des UE isolées ne peut pas donner lieu à la délivrance d'un diplôme.

Pour faire la demande d'inscription en UE isolées, Vous devrez fournir la fiche d'inscription

[http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions\\_scolarite/inscription\\_en\\_uei.html](http://www.upmc.fr/fr/formations/inscriptions_scolarite/inscription_en_uei.html)

remplie et signée à votre scolarité administrative, accompagnée des pièces justificatives suivantes : copie du dernier diplôme obtenu, copie de la dernière carte d'étudiant en votre possession (inscription en université française), copie d'une pièce d'identité, une photo.

### 12.4.5 Dérogation de titre

Elle s'adresse aux étudiants titulaires d'un diplôme autre que la Licence de Mathématiques ou la Licence de Mathématiques-Informatique. Les étudiants des grandes écoles pourront également postuler au master 1 parallèlement à leur seconde année d'école.

### 12.4.6 Demande de transfert

Elle s'adresse à des étudiants titulaires de la Licence de Mathématiques ou de la Licence de Mathématiques et Informatique obtenue dans une université française autre que l'Université Pierre et Marie Curie. Après avoir obtenu un avis favorable à votre acte de candidature téléchargez le formulaire d'arrivée

[http://www.upmc.fr/modules/ressources/download/default/d\\_formation/d\\_scol/transfert\\_arrivee.pdf](http://www.upmc.fr/modules/ressources/download/default/d_formation/d_scol/transfert_arrivee.pdf)

Les étudiants ayant obtenu des modules, certificats ou unités d'enseignement dans une université autre que l'université Pierre et Marie Curie peuvent éventuellement obtenir une dispense d' UE en déposant une demande auprès du Secrétariat pédagogique, avant le 30 Septembre 2015.

### **12.4.7 Inscription au programme d'échanges Erasmus-Socrates**

Pendant le cycle du Master, il est possible d'effectuer une mobilité dans le cadre du programme d'échanges ERASMUS-SOCRATES pour un semestre ou une année académique. Pour plus d'informations, il convient de s'adresser au Bureau de la mobilité-Campus Jussieu-Tour centrale-2ème étage :

[http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite\\_etudiante.html](http://www.upmc.fr/fr/international/mobilite_etudiante.html)

La mobilité peut également s'effectuer en dehors de l'Union Européenne (USA, Japon, Québec, Amérique latine, etc). Il convient alors de s'adresser alors au Service des Relations internationales : 01.44 27.73.49,

<http://www.upmc.fr/fr/international.html>

### **12.4.8 Inscription pédagogique**

Elle conditionne l'inscription aux examens. Elle se fait auprès des secrétariats pédagogiques de la mention et des différentes spécialités. Chaque étudiant devra choisir 2 contrats dans l'année, 1 par semestre d'examens. Pour chaque Unité d'Enseignement, il est organisé 2 sessions d'examen. Pour l'inscription au 1er semestre, se munir de la carte d'étudiant 2015-2016 et d'une photo.



## 12.5 Calendrier du master de mathématiques

### Calendrier 2015-2016 du Master de Mathématiques

#### Master 1

**1er semestre :**

**Présentation :** vendredi 4 septembre 2015, 11h.

**Début des cours:** Lundi 7 septembre 2015

**Début des TD:** Lundi 14 septembre 2015

**Ateliers OIP :** Vendredi 16 octobre 2015

*Atrium des métiers: Jeudi 5 novembre 2015*

**Fin des cours :** Vendredi 27 novembre 2015

**Fin des TD :** Vendredi 4 décembre 2015

**Semaine de révision :** Lundi 7 décembre – Vendredi 11 décembre 2015

**Examens 1ère session,** 1er semestre: Lundi 14 décembre - Vendredi 18 décembre 2015

*Vacances du Samedi 19 décembre 2015 au Dimanche 3 janvier 2016*

**2nd semestre:**

**Début des cours :** Lundi 11 janvier 2016

**Début des TD :** Lundi 18 janvier 2016

**Ateliers OIP :** Vendredi 15 Janvier 2016

**Fin des cours :** Vendredi 1er avril 2016

**Fin des TD :** Vendredi 8 avril 2016

**Semaine de révision :** Lundi 11 Avril - Vendredi 15 Avril 2016

*Vacances du Samedi 16 avril 2016 au Dimanche 1 Mai 2016*

**Examens 1ère session,** 2nd semestre: Lundi 2 mai - Vendredi 13 mai 2016

**Deuxième session d'examen**

**Examens 2nde session, 1er semestre :** Lundi 16 mai - Vendredi 20 mai 2016

**Examens 2nde session, 2nd semestre :** Lundi 6 juin- Vendredi 17 juin.2016

#### Master 2

Les cours débuteront début septembre pour plus d'information connectez-vous sur les liens des différentes spécialités